

T1**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ****"ADOLF HAIMOVICI"***etapa locală – 19 februarie 2015***CLASA A XII-A****Filiera tehnologică: Profil tehnic, toate calificările profesionale****SUBIECTUL I**Pe \mathbf{R} se definește legea de compoziție $x * y = x \cdot y - ax - ay + a^2 + a$, $(\forall) x, y \in \mathbf{R}$ și $a \in \mathbf{R}$.

- a) Verificați că pentru orice $a \in \mathbf{R}$, legea admite element neutru $e = a + 1$.
- b) Pentru $a = 2$ determinați elementele $x \in \mathbf{R}$ ale căror simetrice în raport cu legea „ $*$ ” verifică relația $x' = \frac{3}{2} - x$.
- c) Pentru $a > 1$ rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $a^x \circ a^x = a$.

SUBIECTUL IIFie mulțimea $G = \left\{ A(x) \in M_2(\mathbf{R}) \mid A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x & 1 \end{pmatrix}, x \in \mathbf{R} \right\}$ și $f: \mathbf{R} \rightarrow G$, $f(x) = A(x+k)$, $k \in \mathbf{R}$.

- a) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$, $(\forall) A(x), A(y) \in G$.
- b) Știind că (G, \cdot) este grup, determinați $k \in \mathbf{R}$ astfel încât f să fie morfism de grupuri între grupurile $(\mathbf{R}, +)$ și (G, \cdot) .
- c) Determinați $x \in \mathbf{R}$ astfel încât $A(x) \circ A^2(x) \circ \dots \circ A^{2015}(x) = A(2015)$, unde $A^2(x) = A(x) \cdot A(x)$.

SUBIECTUL IIIFie funcțiile $f, g, G: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{2x}{(x^2 + 2014) \cdot (x^2 + 2015)}$, $g(x) = \frac{2x}{x^2 + a}$ și $G(x) = \ln(x^2 + a)$ cu $a > 0$.

- a) Arătați că $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 2014} - \frac{2x}{x^2 + 2015}$, $(\forall) x \in \mathbf{R}$.
- b) Arătați că G este o primitivă a funcției g .
- c) Determinați primitiva F a funcției f cu proprietatea că $F(0) = 0$.

SUBIECTUL IVFie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{2015(x^2 - x)}{x - 1} - 2015 & , x < 1 \\ x^2 + \ln x - 1 & , x \geq 1 \end{cases}$.

- a) Arătați că funcția admite primitive pe \mathbf{R} .
- b) Arătați că orice primitivă a lui f este convexă pe intervalul $(1, \infty)$.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timp de lucru efectiv trei ore.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte (0 puncte din oficiu)

Vă dorim succes !*prof. Zeno Blajovan, inspector școlar de specialitate - I.S.J. Timiș*