T2

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 19 februarie 2015
CLASA A X-A
Filiera tehnologică: profil servicii, resurse naturale și protecția mediului

BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL I

a) $a\cdot b=\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)...\left(\sqrt{2015}-\sqrt{2014}\right)\left(\sqrt{2015}+\sqrt{2014}\right)$ 2p

observă $(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})(\sqrt{n}+\sqrt{n-1})=1, \forall n=\overline{2,2015}$ ……………………………………………..………1p

Finalizeazăşiobţine $a\cdot b=1$ ……………………………………………………………………………...1p

b) Din $(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})(\sqrt{n}+\sqrt{n-1})=1, \forall n=\overline{2,2015}$ obţine $\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right)=\frac{1}{\left(\sqrt{n}+\sqrt{n-1}\right)}, \forall n=\overline{2,2015}$ …1p

Înlocuieşte $\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right)$ cu $\frac{1}{\left(\sqrt{n}+\sqrt{n-1}\right)}, \forall n=\overline{2,2015}$ înexpresialui a……… ..……………..………1p

Finalizează şi obţine rezultatul cerut……………...……..………..……………………….………………..….1p

SAU Pornind de la $\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{4}+\sqrt{3}\right)...\left(\sqrt{2014}+\sqrt{2013}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{4}\right)...\left(\sqrt{2015}+\sqrt{2014}\right)}$ *prinraţionalizare se obţine*

$\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{4}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{4}\right)...\left(\sqrt{2014}+\sqrt{2013}\right)\left(\sqrt{2015}-\sqrt{2014}\right)$ *adică a*......................................*3p*

SUBIECTUL II

a) $\alpha=\log_{\sqrt{7}}\left(7\cdot\sqrt[3]{49}\right)+\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}=\log_{\sqrt{7}}\left(7\cdot 7^{\frac{2}{3}}\right)+\frac{2}{3}=$ ………………………………………..……….…1p

$=\log_{\sqrt{7}}\left(7^{\frac{5}{3}}\right)+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}\log_{\sqrt{7}}(7)+\frac{2}{3}=$ ……………………………………………………………………1p

$=\frac{5}{3}\cdot 2+\frac{2}{3}=4\in N$ ………………………………………………………………………………..1p

b) $3^{1+\log_{\frac{1}{3}}\alpha}=3\cdot 3^{\log_{\frac{1}{3}}4}=$ …………………………………………………………1p

$=3\cdot 3^{\log_{\frac{1}{3}}4}=3\cdot 4^{-1}=\frac{3}{4}$ ……………………………...……………………………………1p

c) Observă $2^p=3\Leftrightarrow p=\log_2 3$ …………………………………………………………..………1p

$\log_2\left(6\cdot\sqrt[3]{\alpha^2}\right)=\log_2\left(6\cdot\sqrt[3]{16}\right)=\log_2\left(3\cdot 2\cdot 2^{\frac{4}{3}}\right)=\log_2 3+\log_2 2^{\frac{7}{3}}=p+\frac{7}{3}$ ……………………….…………1p

SUBIECTUL III

a)Calculează $a=\sqrt{3\cdot\sqrt[3]{3}}=\sqrt{3\cdot 3^{\frac{1}{3}}}=\sqrt{3^{\frac{4}{3}}}=3^{\frac{2}{3}}$ 1p

Calculează $a^3 = 3^2$ care este pătrat prefect..1p

b) $b = \left(\frac{(\sqrt{3}-1)^{\sqrt{2}}}{(\sqrt{3}-1)^{-\sqrt{3}}} \right)^{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{(1+\sqrt{3})^{4+\sqrt{3}}}{(1+\sqrt{3})^{2+\sqrt{3}}} \right)^{-\frac{1}{2}} = \left((\sqrt{3}-1)^{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \right)^{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \cdot \left((1+\sqrt{3})^2 \right)^{-\frac{1}{2}} =$ 1p

$= \left((\sqrt{3}-1)^{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \right)^{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \cdot \left((1+\sqrt{3})^2 \right)^{-\frac{1}{2}} = (\sqrt{3}-1)^{2-3} \cdot (\sqrt{3}+1)^{-1} = (3-1)^{-1} = \frac{1}{2}$ 1p

c) Specifică $\sqrt{a} > 0$ şi $2^b > 0$ 1p

Calculează $(\sqrt{a})^6 = 9$, $(2^b)^6 = 8$ 1p

Compară cele două numere şi obţine $2^b < \sqrt{a}$ 1p

SUBIECTUL IV

a) Calculează $|z_1| = \sqrt{m^2 + 1^2} = \sqrt{1^2 + m^2} = |z_2|, \forall m \in R$ 2p

b) Pentru $m = -2$ numărul $z_2 = 1 - 2i$ este soluţie a ecuaţiei date dacă $z_2^2 - 2z_2 + 5 = 0$ 1p

Verifică $z_2^2 - 2z_2 + 5 = (1-2i)^2 - 2(1-2i) + 5 = 1 - 4i - 4 - 2 + 4i + 5 = 0$ 1p

(*sau rezolvă ecuaţia şi obţine* $z_{1,2} = 1 \pm 2i$ *, de unde concluzia* ....*2p*)

c) Calculează $\frac{z_1}{z_2} = \frac{m+i}{1+mi} = \frac{(m+i)(1-mi)}{1+m^2} = \frac{2m}{1+m^2} + \frac{1-m^2}{1+m^2} i$ 1p

Interpretează $z \in R \Leftrightarrow \operatorname{Im}(z) = 0$ şi obţine $\frac{1-m^2}{1+m^2} = 0$ 1p

Finalizează şi obţine că $m \in \{1, -1\}$ 1p