T4

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 19 februarie 2015
CLASA A X-A
Filiera teoretica – Profilul uman – specializarea Filologie, Ştiinţe Sociale

BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL I

a) $a\cdot b=\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)...\left(\sqrt{2015}-\sqrt{2014}\right)\left(\sqrt{2015}+\sqrt{2014}\right)$ 2p

observă $(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})(\sqrt{n}+\sqrt{n-1})=1, \forall n=\overline{2,2015}$ ……………………………………………..………1p

Finalizaează şi obţine $a\cdot b=1$ ……………………………………………………………………………...1p

b) Din $(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})(\sqrt{n}+\sqrt{n-1})=1, \forall n=\overline{2,2015}$ obţine $\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right)=\frac{1}{\left(\sqrt{n}+\sqrt{n-1}\right)}, \forall n=\overline{2,2015}$ …1p

Înlocuieşte $\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right)$ cu $\frac{1}{\left(\sqrt{n}+\sqrt{n-1}\right)}, \forall n=\overline{2,2015}$ în expresia lui a……… ..……………...……..…1p

Finalizează şi obţine rezultatul cerut……………....……..……….……………….………………..….1p

SAU Pornind de la $\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{4}+\sqrt{3}\right)...\left(\sqrt{2014}+\sqrt{2013}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{4}\right)...\left(\sqrt{2015}+\sqrt{2014}\right)}$ prinraţionalizare se obţine

$\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{4}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{4}\right)...\left(\sqrt{2014}+\sqrt{2013}\right)\left(\sqrt{2015}-\sqrt{2014}\right)$ adică *a*..*3p*

SUBIECTUL II

a) $\alpha=\log_{\sqrt{7}}\left(7\cdot\sqrt[3]{49}\right)+\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}=\log_{\sqrt{7}}\left(7\cdot 7^{\frac{2}{3}}\right)+\frac{2}{3}=$ ……………………………………………..…………1p

$=\log_{\sqrt{7}}\left(7^{\frac{5}{3}}\right)+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}\log_{\sqrt{7}}(7)+\frac{2}{3}=$ …………………………………………………………………………1p

$=\frac{5}{3}\cdot 2+\frac{2}{3}=4\in N$ ………………………………………………………………………..1p

b) $3^{1+\log_{\frac{1}{3}}\alpha}=3\cdot 3^{\log_{\frac{1}{3}}4}=$ ………………………………………………………………….1p

$=3\cdot 3^{\log_{\frac{1}{3}}4}=3\cdot 4^{-1}=\frac{3}{4}$ ……………………...……………………………………………1p

c) Observă $2^{p}=3\Leftrightarrow p=\log_{2}3$ ………………………………………………………….…...……1p

$\log_2\left(6\cdot\sqrt[3]{\alpha^2}\right)=\log_2\left(6\cdot\sqrt[3]{16}\right)=\log_2\left(3\cdot 2\cdot 2^{\frac{4}{3}}\right)=\log_2 3+\log_2 2^{\frac{7}{3}}=p+\frac{7}{3}$ 1p

SUBIECTUL III

a)Calculează $a=\sqrt{3\cdot\sqrt[3]{3}}=\sqrt{3\cdot 3^{\frac{1}{3}}}=\sqrt{3^{\frac{4}{3}}}=3^{\frac{2}{3}}$ 1p

Calculează $a^3=3^2$ care este pătrat prefect..1p

b) $b=\left(\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)^{\sqrt{2}}}{\left(\sqrt{3}-1\right)^{-\sqrt{3}}}\right)^{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\cdot\left(\frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^{4+\sqrt{3}}}{\left(1+\sqrt{3}\right)^{2+\sqrt{3}}}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(\left(\sqrt{3}-1\right)^{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\cdot\left(\left(1+\sqrt{3}\right)^{2}\right)^{-\frac{1}{2}}=$ 1p

$=\left(\left(\sqrt{3}-1\right)^{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\cdot\left(\left(1+\sqrt{3}\right)^{2}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(\sqrt{3}-1\right)^{2-3}\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)^{-1}=(3-1)^{-1}=\frac{1}{2}$ 1p

c) Specifică $\sqrt{a}>0$ şi $2^b>0$ 1p

Calculează $\left(\sqrt{a}\right)^6=9$, $\left(2^b\right)^6=8$ 1p

Compară cele două numere şi obţine $2^b<\sqrt{a}$ 1p

SUBIECTUL IV

Notează $\frac{\sqrt[3]{a}}{2}=\frac{\sqrt[3]{b}}{3}=\frac{\sqrt[3]{c}}{4}=k$, $k\in\mathbf{R}$ 2p

Determină $\sqrt[3]{a}=2k$, $\sqrt[3]{b}=3k$, $\sqrt[3]{c}=4k$ 1p

Deduce $a=8k^3$, $b=27k^3$, $c=64k^3$ 1p

Înlocuieşte în expresia de calculat şi obţine $\frac{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}}{\sqrt[3]{a+b+c}}=\frac{2k+3k+4k}{\sqrt[3]{8k^3+27k^3+64k^3}}=\frac{9k}{\sqrt[3]{99k^3}}=$

$=\frac{9k}{k\sqrt[3]{99}}=\frac{9}{\sqrt[3]{99}}=\frac{\sqrt[3]{9801}}{11}=\frac{3\sqrt[3]{363}}{11}$ 3p