T2

BAREM DE CORECTARE
pentru
CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală –19 februarie 2015
CLASA A XII-A
Filiera tehnologică: profil servicii, resurse naturale și protecția mediului

SUBIECTUL I

a) Verifică $x*(a+1)=(a+1)*x=x$, $\forall x\in R$ sau determină elementul neutru $e=a+1.$ **2p**

b) Pentru $a=2$ determină $e=3\in R$ (folosind sau nu punctual a) **1p**

Determină $x'=\dfrac{2x-3}{x-2}$, $\forall\ x\in R\setminus\{2\}$. **1p**

Finalizează $x\in\left\{0,\dfrac{3}{2}\right\}$ **1p**

(***sau determină prin înlocuire*** $x\in\left\{0,\dfrac{3}{2}\right\}$ *……………………………………..3p)*

c) deduce $a^x=a$ (şi cum $a>1$) $\Rightarrow x=1$ **2p**

SUBIECTUL II

a) $A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ x+y & 1\end{pmatrix}$ **1p**

$=A(x+y),\ (\forall)A(x),A(y)\in G$ ……………….. ……………… **1p**

b) f morfism al celor două grupuri date $\Leftrightarrow f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$, $\forall x,y\in R.$ **1p**

$\Leftrightarrow A(x+y+k)=A(x+y+2k)\Leftrightarrow k=0.$ **1p**

c) Demonstrează prin metoda inducţieie matematice

$A^n(x)=A(nx),\forall n\in\mathbf{N}^*,x\in\mathbf{R}$ ………………………………….…………… **1p**

Calculează $A(x)\cdot A^2(x)\cdot\ldots\cdot A^{2015}(x)=A\left(\dfrac{x\cdot 2015\cdot 2016}{2}\right)$………. **1p**

Deduce : $x=\dfrac{1}{1008}$ ……………………………………………… **1p**

SUBIECTUL III

a) $\dfrac{2x}{x^2+2014}-\dfrac{2x}{x^2+2015}=\dfrac{2x(x^2+2015-x^2-2014)}{(x^2+2014)(x^2+2015)}$ **1p**

$\Rightarrow f(x)=\dfrac{2x}{(x^2+2014)\cdot(x^2+2015)}, x\in \mathbf{R}$ **1p**

b) $G'(x)=\left(\ln(x^2+a)\right)'=\dfrac{(x^2+a)'}{x^2+a}=\dfrac{2x}{x^2+a}=g(x)\ ,\forall x\in \mathbf{R}$ ....

$\Rightarrow G$ primitivă pentru g .... **2 p**

c) O primitivă F a funcţiei f este de forma

$F(x)=\ln\left(\dfrac{x^2+2014}{x^2+2015}\right)+c, c\in \mathbf{R}$ **1p**

$F(0)=0\Rightarrow c=-\ln\left(\dfrac{2014}{2015}\right)$ **1p**

$\Rightarrow F(x)=\ln\left(\dfrac{x^2+2014}{x^2+2015}\right)-\ln\left(\dfrac{2014}{2015}\right)=\ln\left(\dfrac{2015(x^2+2014)}{2014(x^2+2015)}\right)$ **1p**

SUBIECTUL IV

a) Calculează

$l_d(1)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\left(x^2+\ln x-1\right)=0$ şi f(1)=0 .... **1p**

$l_s(1)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\left(\dfrac{2015\cdot x\cdot(x-1)}{x-1}-2015\right)=0\Rightarrow$ **1p**

$\Rightarrow l_s(1)=l_d(1)=f(1)\Rightarrow$ f continuă în 1 **1p**

Justifică f continuă pe $\mathbf{R}\Rightarrow$ f admite primitive pe **R**.. **1p**

b) Fie F o primitivă a funcţiei f pe $(1,\infty)$.

$\Rightarrow F'(x)=f(x)=x^2+\ln x-1, \forall x>1$.. **1p**

$F''(x)=f'(x)=2x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{2x^2+1}{x}$ **1p**

$F''(x)>0, \forall x>1\Rightarrow F$ convexă pe $(1,\infty)$ **1p**