T3

BAREM DE CORECTARE
pentru
CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală –19 februarie 2015
CLASA A XII-A
Filiera teoretică – Profilul real – Specializarea Ştiinţe ale naturii

SUBIECTUL I

a)	Verifică $4 \circ x = x,\ \forall x \in G$ Verifică $x \circ 4 = x,\ \forall x \in G$	**1p** **1p**
b)	**Met I:** f morfism $\Leftrightarrow f(x \circ y) = f(x) + f(y),\ \forall x, y \in G$ Determină $a = 8$ din: $f(x \circ y) = \log_2^3(x \circ y) - a = \log_2^3\left(2^{\sqrt[3]{\log_2^3 x + \log_2^3 y - 8}}\right) - a = \log_2^3 x + \log_2^3 y - 8 - a$ $f(x) + f(y) = \log_2^3 x - a + \log_2^3 y - a$ ***Met.II:*** *Determină a din* $f(e_1) = e_2 \Rightarrow f(4) = 0$ *Verifică pentru* $a = 8$ *că f este morfism de grupuri.*	**1p** **1p** **1p** *2p* *1p*
c)	Utilizează b) şi obţine $f(\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{2015}) = f(4)$ $2015 f(x) = 0$ $\Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow \log_2^3 x = 8 \Leftrightarrow x = 4$	 **1p** **1p**

SUBIECTUL II

a)	$A(x) \circ A(y) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x+y & 1 \end{pmatrix}$ $= A(x+y) \in G,\ (\forall) A(x), A(y) \in G$ $\Rightarrow G$ este parte stabilă	 1p 1p
b)	Justifică $I_2 \in G$ element neutru Determină simetricul lui $A(2015)$ ca fiind $A(-2015)$	1p 1p
c)	Demonstrează prin metoda inducţieie matematice $A^n(x) = A(nx), \forall n \in \mathbf{N}^*, x \in \mathbf{R}$ Calculează $A(x) \cdot A^2(x) \cdot \ldots \cdot A^{2015}(x) = A\left(\frac{x \cdot 2015 \cdot 2016}{2}\right)$ Rezultat final: $x = \frac{1}{1008}$.	1p 1p 1p

SUBIECTUL III

a) $\dfrac{e^x}{e^x+2014}-\dfrac{e^x}{e^x+2015}=\dfrac{e^x(e^x+2015-e^x-2014)}{\left(e^x+2014\right)\left(e^x+2015\right)}$ $\Rightarrow f(x)=\dfrac{e^x}{\left(e^x+2014\right)\cdot\left(e^x+2015\right)}, x\in\mathbf{R}$	1p 1p
b) $G'(x)=\left(\ln(e^x+a)\right)'=\dfrac{(e^x+a)'}{e^x+a}=\dfrac{e^x}{e^x+a}=g(x)\ \ ,\forall x\in\mathbf{R}$ $\Rightarrow G$ primitivă pentru g	1p 1p
c) O primitivă F a funcţiei f este de forma $F(x)=\ln\left(\dfrac{e^x+2014}{e^x+2015}\right)+c, c\in\mathbf{R}$ $F(0)=0\Rightarrow c=-\ln\left(\dfrac{2015}{2016}\right)$ $F(x)=\ln\left(\dfrac{e^x+2014}{e^x+2015}\right)-\ln\left(\dfrac{2015}{2016}\right)\Rightarrow F(x)=\ln\left(\dfrac{2016(e^x+2014)}{2015(e^x+2015)}\right)$	1p 1p 1p

SUBIECTUL IV

a) $l_d(1)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}}\left(x^2+\ln x-1\right)=0$ f(1)=0 $l_s(1)=\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}}\left(\dfrac{6045\cdot(x-1)}{(x-1)\cdot\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)}-2015\right)=0\Rightarrow$ $\Rightarrow l_s(1)=l_d(1)=f(1)\Rightarrow$ f continuă în 1 $\Rightarrow$ f continuă pe **R** Justifică f continuă pe **R** $\Rightarrow$ f admite primitive pe **R**	1p 1p 1p 1p
b) Fie F o primitivă a funcţiei f pe $(1,\infty)$ $\Rightarrow F'(x)=f(x)=x^2+\ln x-1,\forall x>1$ $F''(x)=f'(x)=2x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{2x^2+1}{x}$ $F''(x)>0,\forall x>1\Rightarrow F$ convexă pe $(1,\infty)$.	1p 1p 1p