T1

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

etapa locală – 19 februarie 2015

CLASA A X-A

Filiera tehnologică: profil tehnic-toate calificările profesionale

SUBIECTUL I

Fie $a=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{4})..(\sqrt{2014}+\sqrt{2013})(\sqrt{2015}-\sqrt{2014})$ si $b=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{4}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{4})..(\sqrt{2014}-\sqrt{2013})(\sqrt{2015}+\sqrt{2014})$.

a) Calculaţi $a\cdot b$

b) Demonstraţică $a=\dfrac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{4}+\sqrt{3})..(\sqrt{2014}+\sqrt{2013})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{4})..(\sqrt{2015}+\sqrt{2014})}$.

SUBIECTUL II

Fie $\alpha=\log_{\sqrt{7}}\left(7\cdot\sqrt[3]{49}\right)+\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-1}$.

a) Demonstraţică $\alpha\in N$.

b) Calculaţi $3^{1+\log_{\frac{1}{3}}\alpha}$.

c) Dacă $p\in\mathbf{R}$ astfel încât $2^p=3$ calculaţi $\log_2\left(6\sqrt[3]{\alpha^2}\right)$ în funcţie de p.

SUBIECTUL III

Fie $a=\sqrt{3\cdot\sqrt[3]{3}}$ şi $b=\left(\dfrac{(\sqrt{3}-1)^{\sqrt{2}}}{(\sqrt{3}-1)^{-\sqrt{3}}}\right)^{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\cdot\left(\dfrac{(1+\sqrt{3})^{4+\sqrt{3}}}{(1+\sqrt{3})^{2+\sqrt{3}}}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

a) Demonstraţi că a^3 este pătrat perfect.

b) Determinaţi numărul real b.

c) Comparaţi $\sqrt{a}$ cu 2^b.

SUBIECTUL IV

Fie numerele complexe $z_1=m+i$ şi $z_2=1+mi$, unde $m\in R$.

a) Arătaţi că $|z_1|=|z_2|,\ \forall m\in R.$

b) Pentru $m=-2$ arătaţi că z_2 este soluţie a ecuaţiei $x^2-2x+5=0$.

c) Determinaţi $m\in R$ astfel încât $\dfrac{z_1}{z_2}\in R$.

Notă:

- *Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Timp de lucru efectiv trei ore.*
- *Pentru fiecare problem rezolvată corect se acordă 7 puncte (0 puncte din oficiu)*

Vă dorim succes !

prof. Zeno Blajovan, inspector şcolar de specialitate - I.S.J. Timiş