

T2

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**"ADOLF HAIMOVICI"***etapa locală – 19 februarie 2015***CLASA A X-A****Filiera tehnologică: profil servicii, resurse naturale și protecția mediului**
SUBIECTUL I

Fie $a = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{4} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{4}) \dots (\sqrt{2014} + \sqrt{2013})(\sqrt{2015} - \sqrt{2014})$
 și $b = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{4} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{4}) \dots (\sqrt{2014} - \sqrt{2013})(\sqrt{2015} + \sqrt{2014})$

a) Calculați $a \cdot b$ b) Demonstrați că $a = \frac{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{4} + \sqrt{3}) \dots (\sqrt{2014} + \sqrt{2013})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{4}) \dots (\sqrt{2015} + \sqrt{2014})}$.**SUBIECTUL II**Fie $\alpha = \log_{\sqrt{7}}(7 \cdot \sqrt[3]{49}) + \left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$.a) Demonstrați că $\alpha \in \mathbb{N}$.b) Calculați $3^{1 + \log_{\frac{1}{3}} \alpha}$.c) Dacă $p \in \mathbb{R}$ astfel încât $2^p = 3$ calculați $\log_2(6\sqrt[3]{\alpha^2})$ în funcție de p .**SUBIECTUL III**Fie $a = \sqrt{3 \cdot \sqrt[3]{3}}$ și $b = \left(\frac{(\sqrt{3} - 1)^{\sqrt{2}}}{(\sqrt{3} - 1)^{-\sqrt{3}}}\right)^{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \cdot \left(\frac{(1 + \sqrt{3})^{4 + \sqrt{3}}}{(1 + \sqrt{3})^{2 + \sqrt{3}}}\right)^{-\frac{1}{2}}$.a) Demonstrați că a^3 este pătrat perfect.b) Determinați numărul real b .c) Comparați \sqrt{a} cu 2^b .**SUBIECTUL IV**Fie numerele complexe $z_1 = m + i$ și $z_2 = 1 + mi$, unde $m \in \mathbb{R}$.a) Arătați că $|z_1| = |z_2|, \forall m \in \mathbb{R}$.b) Pentru $m = -2$ arătați că z_2 este soluție a ecuației $x^2 - 2x + 5 = 0$.c) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\frac{z_1}{z_2} \in \mathbb{R}$.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timp de lucru efectiv trei ore.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte (0 puncte din oficiu)

Vă dorim succes !*prof. Zeno Blajovan, inspector școlar de specialitate - I.S.J. Timiș*