T3

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

etapa locală – 19 februarie 2015

CLASA A X-A

Filiera teoretică – Profilul real – Specializarea Ştiinţe ale naturii

SUBIECTUL I

Se consideră numerele $x=\sqrt{11+6\sqrt{2}}+\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ şi $y=\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}+\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}$.

a) Determinaţi $a,b\in Q$ astfel încât $\sqrt{11+6\sqrt{2}}=a+\sqrt{2}$ şi $\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}=b-\sqrt{3}$

b) Arătaţi că $y^3=3y+52$ şi $x^2=36$

c) Calculaţi $(x-y-1)^{2015}$.

SUBIECTUL II

Fie numărul complex $\alpha=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$

a) Arătaţi că $\alpha^3=1$

b) Demonstraţi că α estesoluţie a ecuaţiei $x^{2015}+x+1=0$.

c) Determinaţi cel mai mare număr natural n mai mic decât 2015 pentru care $\alpha^n+\alpha^{n-2}=-1$.

SUBIECTUL III

a) Calculaţi $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\lg(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{\lg(\sqrt{3}+\sqrt{2})}}{2^{\lg(\sqrt{3}+\sqrt{2})}\cdot 4^{\lg(\sqrt{3}-\sqrt{2})}}$.

b) Fie $a,b\in(1;\infty)-\{2015\}$. Demonstraţi că $\log_a\dfrac{a}{2015}=\log_{\frac{b}{2015}}b$ are loc dacă şi numai dacă $a\cdot b=2015$.

SUBIECTUL IV

Fie $z=\dfrac{\sqrt{3}+i}{1-i}\in C$.

a) Scrieţi numărul dat sub formă trigonometrică.

b) Determinaţi $x\in C$ care verifică relaţia $x^3+z^{12}=0$.

Notă:

- *Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Timp de lucru efectiv trei ore.*
- *Pentru fiecare problem rezolvată corect se acordă 7 puncte (0 puncte din oficiu)*

Vă dorim succes !

prof. Zeno Blajovan, inspector şcolar de specialitate - I.S.J. Timiş