T3

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 19 februarie 2015
CLASA A XI-A
Filiera teoretică: profil real, specializarea ştiinţe ale naturii

SUBIECTUL I

Fie matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbf{C})$.

a) Determinaţi $a\in\mathbf{R}$ pentru care $\det(A(a)+A^2(a)+A^3(a))=0$.

b) Pentru $a\in\mathbf{R}$, $a\neq 1$ calculaţi $I_3+A^3(a)+A^6(a)+...+A^{2016}(a)$.

c) Dacă $a\in\mathbf{C}\setminus\mathbf{R}, a^2+a+1=0$, calculaţi suma $\sum_{k=1}^{9} A(a^k+a^{3k})$.

SUBIECTUL II

În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A_n(2^n, n+1)$, $n\in\mathbf{N}$.

a) Scrieţi ecuaţia dreptei A_1A_2

b) Determinaţi valorile naturale ale lui n pentru care $A_{\Delta A_n A_{n+1} A_{n+2}}=1024$.

c) Ştiind că B_n este simetricul lui A_n faţă de Oy, pentru orice $n\in\mathbf{N}$, iar punctul C este simetricul lui A_0 faţă de Ox demonstraţi că punctele B_0, B_1, C sunt coliniare.

SUBIECTUL III

Fie funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-3}{x^2-5x+6}, x>3 \\ (x+a)^2+(x-b)^2,\ x\in[1,3] \\ \dfrac{b^x-b}{(x^2-1)\ln b}-\dfrac{b}{2}+5\ ,\ x<1 \end{cases}$.

a) Determinaţi $a,b\in\mathbf{R}, b>1$ astfel încât să existe $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$, $\forall x_0\in\mathbf{R}$.

b) Pentru $a=-3, b=2$ determinaţi asimptotele funcţiei .

SUBIECTUL IV

Fie funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\sqrt{9x^2+bx}-ax$, $b\geq 0$.

a) Determinaţi $a,b\in\mathbf{R}$ astfel încât $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=2015$.

b) Pentru $a=b=0$ studiaţi existenţa limitei $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$.

Notă: •Toate subiectele sunt obligatorii.•Timp de lucru efectiv patru ore.
•Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte (0 puncte din oficiu)

Vă dorim succes !

prof. Zeno Blajovan, inspector şcolar de specialitate - I.S.J. Timiş