T4

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 19 februarie 2015
CLASA A XII-A
Filiera teoretica – Profilul uman – specializarea Filologie, Ştiinţe Sociale

SUBIECTUL I

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & -3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}8 & -12\\ 4 & -6\end{pmatrix}\in M_2(R)$.

a) Calculaţi A^2+A-B , unde $A^2=A\cdot A$.

b) Determinaţi matricea X cu proprietatea $2\cdot(B-A)+X=3\cdot A^2$

c) Calculaţi $2015A^{2015}+2014A^{2014}+...+2A^2+A,$ unde $A^{n+1}=A^n\cdot A, \forall n\in N^*$.

SUBIECTUL II

Se consideră matricele $A=(a_{ij})_{1\le i,j\le 3}, B=(b_{ij})_{1\le i,j\le 3}$, definite prin:

$$a_{ij}=\begin{cases}0, & i=j\\ \max(i,j), & i\ne j\end{cases}, b_{ij}=\begin{cases}1, & i=j\\ \min(i,j), & i\ne j\end{cases}.$$

a) Aflaţi matricele A şi B.

b) Să se calculeze $A^2, B^2, A\cdot B-B\cdot A,$ unde $M^2=M\cdot M, \forall M\in M_3(\mathbf{R})$.

c) Determiaţi matricea X care verifică relaţia $A\cdot X=\begin{pmatrix}5\\3\\6\end{pmatrix}$.

SUBIECTUL III

Fie mulţimea $G=\left\{M(a)=\begin{pmatrix}1 & 0 & a\\ -a & 1 & -\frac{a^2}{2}\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}, a\in R\right\}$.

a) Arătaţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b), \forall a,b\in R$.

b) Arătaţi că $\forall M(a)\in G, \exists M(c)\in G$ astfel încât $M(a)\cdot M(c)=I_3$.

c) Să se calculeze $\underbrace{M(-2)\cdot M(-2)\cdot ...M(-2)}_{de\,2015\,ori}$.

Notă: *•Toate subiectele sunt obligatorii.•Timp de lucru efectiv trei ore.*
•Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 9 puncte . • Se acordă 1 punct din oficiu

Vă dorim succes !

prof. Zeno Blajovan, inspector şcolar de specialitate - I.S.J. Timiş