



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – Constanța 18.02.2017

Clasa a XII-a

Filiera tehnologică: Profilul Tehnic – toate specializările,
Profilul Servicii: – specializarea Resurse Naturale și Protecția Mediului

SUBIECTUL 1

Fie mulțimea de matrice $G = \left\{ M(x) \in M_3(R) \mid M(x) = \begin{pmatrix} 3^x & 0 & 0 \\ 0 & 4^x & 0 \\ 0 & 0 & 5^x \end{pmatrix}, x \in R \right\}$.

- a) Arătați că $M(x) \cdot M(y) = M(x+y)$, $\forall x, y \in R$.
- b) Arătați că (G, \cdot) este grup.
- c) Arătați că (G, \cdot) este izomorf cu grupul $(R, +)$.

SUBIECTUL 2

Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x \circ y = -2xy + 6x + 6y - 15$.

- a) Arătați că $x \circ y \circ z = 4(x-3)(y-3)(z-3) + 3$, $\forall x, y, z \in R$.
- b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $(2017x^2 - x + 3) \circ (x^2 - 2017x + 3) = 3$.
- c) Determinați cel mai mic număr natural nenul n , cu proprietatea: $4 \circ 5 \circ \dots \circ n \geq 2017$.

SUBIECTUL 3

- a) Determinați numerele reale a și b , astfel încât $\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2}$, $\forall x \geq 0$.
- b) Calculați integrala nedefinită $\int \frac{1}{(x^2+1)(x^2+2)} dx$.

SUBIECTUL 4

- a) Calculați integrala $I = \int (1 + xf'(x))e^{f(x)} dx$, unde $f: R \rightarrow R$ este o funcție derivabilă, cu derivata continuă.
- b) Determinați $a, b \in Q$ știind că $\int_0^1 (x+a)e^x dx = b$.

Notă:

Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu