



## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Etapa locală – Constanța, 18.02.2017

**Clasa a XII-a**

Filiera teoretică: Profilul Uman–Specializarea Științe Sociale

### SUBIECTUL 1

Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  și  $X(a) = I_2 + aA$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a) Calculați  $A^3 + A^2 + A$
- b) Arătați că  $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + ab)$
- c) Arătați că  $X(1) + X(2) + \dots + X(2017) = 2017 \cdot X(1009)$

### SUBIECTUL 2

Se considera matricea  $A \in M_3(\mathbb{R})$   $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  Să se verifice:

- a)  $A^3 - A = A^2 - I_3$
- b)  $A^{2019} - A^{2017} = A^2 - I_3$

### SUBIECTUL 3

Fie matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & -2x & 4x^2 \\ 0 & 1 & -4x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A(x) \in M_3(\mathbb{R})$ .

- a) Dacă  $B = A(2) - A(0)$  calculați  $B^3$  și  $B^{2017}$
- b) Arătați că  $A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$ , oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{R}$ .
- c) Calculați  $(A(1))^{2017}$

### SUBIECTUL 4

Se da matricea  $X \in M_3(\mathbb{R})$ ,  $X = \begin{pmatrix} a & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) Să se determine valoarea lui  $a$  pentru care  $X^2 = X$
- b) Pentru  $a = 3$  demonstrați că  $X^n = X$  oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ .

#### Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.