

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”, ETAPA LOCALĂ, 21.02.2016
Filiera teoretică, profilul umanist, Filiera vocațională, profilul pedagogic

Clasa a X-a, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

1. Calculați: *a)* $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_9 3 : \log_4 \left(\frac{1}{4}\right)$; *b)* $\frac{\log_3 2 + 3 \log_3 0,25}{\log_3 28 - \log_3 7}$.

Soluție.

a) $\log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$ 1p

$\log_9 3 = \frac{1}{2}$ 1p

$\log_4 \frac{1}{4} = -1$ 1p

Rezultat final 11p

b) Numărător $\log_3 2^{-5}$ 1p

Numitor $\log_3 2^2$ 1p

Rezultat final $-\frac{5}{2}$ 1p

2. Demonstrați că $\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{a-b}{a+b+\sqrt{ab}} + 2\sqrt{ab} = a+b, \forall a, b \in \mathbb{R}, a, b > 0$.

Soluție.

$$A = \frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a+b+\sqrt{ab}} + 2\sqrt{ab} = \frac{a^2 - a\sqrt{ab} - b\sqrt{ab} + b^2}{a+b+\sqrt{ab}} + 2\sqrt{ab} \dots\dots 3p$$

$$A = \frac{a^2 + a\sqrt{ab} + b\sqrt{ab} + b^2 + 2ab}{a+b+\sqrt{ab}} = \frac{(a+b)(a+b+\sqrt{ab})}{a+b+\sqrt{ab}} = a+b \dots\dots 4p$$

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+2} + \sqrt{2-x} = 2$.

Soluție.

$D = [-2, 2]$ 1p

Prin ridicare la pătrat obținem $2\sqrt{4-x^2} = 0$ 3p

Rezolvare ecuație cu soluțiile $x_1 = 2, x_2 = -2$ 2p

Verificare apartenență soluții la domeniu..... 1p

4. Andrei a rezolvat tema de vacanță pe parcursul a cinci săptămâni astfel: în fiecare săptămână începând cu a doua, a rezolvat cu trei probleme mai puțin decât dublul problemelor din săptămâna precedentă. Știind că tema conținea 108 probleme, determinați câte probleme a rezolvat Andrei în fiecare săptămână.

Soluție.

Scrierea numărului de probleme pentru fiecare săptămână, în funcție de x (nr. problemelor din prima săptămână)

$x; 2x-3; 4x-9; 8x-21; 16x-45$2p

Scrierea ecuației și rezolvarea ei

$x + 2x - 3 + 4x - 9 + 8x - 21 + 16x - 45 = 108, x=6$ 3p

6, 9, 15, 27, 51.....2p