

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**“ADOLF HAIMOVICI”, ETAPA LOCALĂ, 21.02.2016**  
**Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii**

**Clasa a IX-a, SUBIECTE**

1. Rezolvați ecuația  $[x] + \left[ x + \frac{1}{2} \right] = \frac{x + 2016}{2}$ , unde prin  $[x]$  am notat partea întreagă a numărului real  $x$ .

*Mihaela Giurcă*

2. Se consideră funcția  $f : \{1, 2, 3, \dots, 2015\} \rightarrow \{-1, 0, 1\}$ .
- a) Dacă  $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(2015) \neq 0$ , atunci arătați că  $f(1) + f(2) + \dots + f(2015) \neq 0$ .
- b) Calculați suma  $f(1) + f(2) + \dots + f(2015)$ , unde  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $f(k) = k^2 + k$ , pentru orice  $k \in \mathbb{N}^*$ .

*Roxandra Murea*

3. Fie triunghiul  $ABC$  cu  $M \in (AB)$  astfel încât  $\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$  și  $N \in (AC)$  astfel încât  $\overline{AN} = \frac{3}{4} \overline{AC}$ . Notăm cu  $P$  mijlocul segmentului  $(BC)$  și cu  $R$  punctul de intersecție al dreptelor  $AP$  și  $MN$ . Dacă  $\overline{AR} = k \cdot \overline{AP}$ , atunci determinați valoarea numărului real  $k$ .

4. Considerăm șirul  $(a_n)_{n \geq 1}$ ,  $a_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  astfel încât  $a_k \neq a_p, \forall k, p \in \mathbb{N}, k \neq p$  și  $a_n + 1 = \frac{a_{n+1}(2a_n + 1 - a_{n+1})}{a_n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Demonstrați că  $(a_n)_{n \geq 1}$  este progresie aritmetică.

*Daniela Stănică*

**Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

**2. Listele cu elevii calificați la etapa județeană și baremele vor fi afișate la avizierul unităților școlare și pe site-ul [matematicabr.weebly.com](http://matematicabr.weebly.com).**