

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
„ADOLF HAIMOVICI”, ETAPA LOCALĂ, 21.02.2016  
Filiera tehnologică, profil tehnic**

**CLASA A XII-A, SUBIECTE**

1. Se consideră grupul comutativ  $G = (3, +\infty)$  în raport cu legea de compoziție  
 $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12, \forall x, y \in G$ .  
  - a) Să se arate că 4 este elementul neutru al legii de compoziție "o" pe mulțimea  $G$ .
  - b) Să se arate că  $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } n \text{ ori}} = (x-3)^n + 3, \forall x \in G \text{ și } \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ .
  
2. Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \leq 0 \\ 2 + \sin x, & x > 0 \end{cases}$ .  
  - a) Demonstrați că funcția  $f$  admite primitive pe  $\mathbb{R}$ .
  - b) Determinați pe mulțimea numerelor reale primitiva  $F$  a funcției  $f$  care se anulează în 0.
  
3. Se consideră  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$  și  $G = \{X(a) \mid a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}, X(a) = I_2 + aA\}$ .  
  - a) Arătați că  $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$ , oricare ar fi  $X(a), X(b) \in G$ .
  - b) Dacă  $(G, \cdot)$  este grup abelian, atunci determinați  $b \in \mathbb{R}$ , astfel încât  

$$X(1) \cdot X(2) \cdot \dots \cdot X(2016) = X(b-1).$$
  
4. Calculați  $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x^3}}{x} dx$ , unde  $x > 0$ .

*Probleme selectate de prof. Marian Ciorăscu și prof. Rodica Ciucă*

**Notă:** 1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.  
 2. Listele cu elevii calificați la etapa județeană și baremele vor fi afișate la avizierul unităților școlare și pe site-ul [matematicabr.weebly.com](http://matematicabr.weebly.com).