

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 21 FEBRUARIE 2016

CLASA A IX-A, SUBIECTE

1. Arătați că $\left[\frac{1}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}} \right] - [\sqrt{n+2} + \sqrt{n}] = \left[\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}{2} \right] - \left[\frac{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}+1}{2} \right]$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$. Prin $[x]$ s-a notat partea întreagă a numărului real x .

Nicolae Stănică, Brăila

2. Determinați formula termenului general al șirului $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$, știind că $a_2 = 3$ și $\left(1 - \frac{2}{a_1^3 + 1}\right) \left(1 - \frac{2}{a_2^3 + 1}\right) \cdots \left(1 - \frac{2}{a_{n-1}^3 + 1}\right) = \frac{2(a_n^2 - n)}{3(n+1)a_{n-1}}$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Adela Dimov, Brăila

3. Fie triunghiul ABC cu $AB < AC$ și $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ astfel încât $\sphericalangle AMN \equiv \sphericalangle ACB$, iar E, F, P sunt mijloacele segmentelor $[BM]$, $[CN]$ și respectiv $[EF]$. Să se demonstreze că M, P, C sunt coliniare dacă și numai dacă $CN = \sqrt{AC^2 - AB^2}$.

Marius Damian, Brăila

4. Determinați valoarea maximă a numărului natural n pentru care $\frac{17^{88} - 1}{2^n} \in \mathbb{N}$.

Carmen și Viorel Botea, G.M.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

2. Listele cu elevii calificați la etapa județeană și baremele vor fi afișate la avizierul unităților școlare și pe site-ul matematicabr.weebly.com.