

## OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 21.02.2016

CLASA A IX-A

**Subiectul I.**

- a) Arătați că  $n^4 > (n-2) \cdot (n-1) \cdot n \cdot (n+1)$ , unde  $n$  este un număr natural nenul.
- b) Calculați  $[S]$ , unde  $S = 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{2016^4}$ , unde  $[S]$  reprezintă partea întreagă a lui  $S$ .

**Subiectul II.**

- a) Arătați că în orice triunghi  $ABC$  are loc relația  $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ , unde  $O$  este centrul cercului circumscris triunghiului iar  $H$  este ortocentrul triunghiului.
- b) Fie  $ABCD$  un patrulater înscris în cercul de centru  $O$  și care are diagonalele  $AC$  și  $BD$  perpendiculare. Dacă  $H_1$  și  $H_2$  sunt ortocentrele triunghiurilor  $ACD$  și  $ABC$ , arătați că  $\overrightarrow{BH_2} = \overrightarrow{DH_1}$ .

**Subiectul III**

- a) Câte progresii aritmetice de numere naturale există cu primul termen 1 și care conțin numărul 45001?
- b) Arătați că nu există progresii aritmetice neconstante de numere naturale cu toți termenii pătrate perfecte.

**Subiectul IV.**

Fie  $a, b, c$  numere reale strict pozitive. Demonstrați că :

$$a^2 + b^2 + c^2 + \frac{a^2}{(b+c)^4} + \frac{b^2}{(a+c)^4} + \frac{c^2}{(a+b)^4} \geq \frac{3}{2}.$$

**Timp de lucru 3 ore.**

**Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**