

---

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ – 21.02.2016**  
**CLASA A VIII-A**

**Subiectul I**

Se consideră numărul  $a = \sqrt{7 + \sqrt{33}} - \sqrt{7 - \sqrt{33}}$ .

- a) Arătați că  $a^2$  este număr natural;
- b) Dacă  $b = (a - 2)^{2016}$ , aflați partea întreagă a numărului  $b$ ;
- c) Știind că  $c = (a^4 + a^3 - 6a^2 - 6a - 1)^{2016}$ , stabiliți dacă  $c \in (0, 2)$ .

**Subiectul II**

Fie numerele  $a, b, c \in \mathbb{R}$  astfel încât  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Arătați că:

- a)  $\sqrt{4a^2 + 4b^2 + c^4} + \sqrt{4a^2 + 4c^2 + b^4} + \sqrt{4c^2 + 4b^2 + a^4} = 5$ ;
- b)  $-\sqrt{3} \leq a + b + c \leq \sqrt{3}$ .

**Subiectul III**

În cubul ABCDA'B'C'D' se notează cu P proiecția punctului C' pe diagonala A'C. Demonstrați că dreptele AP și D'P sunt perpendiculare.

**Subiectul IV**

Fie ABCD un trapez dreptunghic cu  $m(\angle D) = 90^\circ$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 2\text{cm}$ ,  $DC = 6\text{cm}$  și  $AD = 4\sqrt{3}\text{cm}$ .

Pe perpendiculara în D pe planul (ABC) se consideră punctul E astfel încât  $DE = 8\text{cm}$ . Fie  $M \in (BC)$  astfel încât  $BM = 2\text{cm}$ .

- a) Demonstrați că  $AM \perp (EDM)$ ;
- b) Calculați distanța de la punctul D la planul (AEM).

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Toate subiectele sunt obligatorii.