

Olimpiada de Matematică – Etapa Locală
Maramureș – 18 februarie 2023
Clasa a IX - a

1. Rezolvați ecuația

$$\left[x + \frac{1}{2} \right] + \left[x + \frac{1}{3} \right] + \dots + \left[x + \frac{1}{9} \right] = 50,$$

unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

Revista Argument Nr. 23

2. Fie $x, y, z > 0$ cu proprietatea $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$. Arătați că

$$\frac{x^3}{x+y} + \frac{y^3}{y+z} + \frac{z^3}{z+x} \geq \frac{3}{2}.$$

3. Demonstrați că nu există $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuațiile

$$x^2 + ax + b = 0 \text{ și } 2x^2 + (b+1)x + a - 3 = 0$$

să aibă simultan soluții întregi.

4. Fie triunghiul ascuțitunghic ABC cu ortocentrul H . Notăm cu S și T punctele de intersecție dintre semidreptele $(BH$, respectiv $(CH$, cu cercul circumscris triunghiului ABC . Dacă $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AT} = \overrightarrow{AH}$, arătați că triunghiul ABC este echilateral.

Gazeta Matematică Nr.11/2022

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru - 3 ore