

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 10.02.2024
Clasa a VII-a

1. a) (3p) Comparați numerele $a = \sqrt{0,(6)} + \sqrt{0,(8)} \cdot \sqrt{0,(3)}$ și $b = \frac{\sqrt{63} + 2\sqrt{18} - 3\sqrt{11}}{\sqrt{28} + 2\sqrt{8} - \sqrt{44}} - \frac{\sqrt{8} - \sqrt{3}}{\sqrt{288} - \sqrt{108}}$.

b) (4p) Determinați $\overline{aba} \in N$ cu proprietatea $\sqrt{\overline{aba}} = \frac{a^2}{3} + 2b$.

2. (7p) Numerele reale x și y verifică relația $\sqrt{(x - \sqrt{8})^2} + \sqrt{(y - 8\sqrt{2})^2} \leq 0$. Definim numărul $n = m_a^2 + m_g^2 - 2024^0$, unde m_a și m_g este media aritmetică, respectiv media geometrică a numerelor x și y . Arătați că numărul \sqrt{n} este număr rațional.

3. Pătratul $ABCD$ are latura $AB = 6a$. Se consideră punctul F simetricul punctului A față de punctul D . Se notează cu E punctul de intersecție dintre dreptele FB și DC , cu M mijlocul segmentului EF și cu Q punctul de intersecție dintre dreptele AM și CD .

a) (3p) Arătați că $DQ = a$.

b) (4p) Arătați că raportul dintre ariile triunghiurilor AMF și DMQ este egal cu 6.

4. Pe latura AB a paralelogramului $ABCD$, $AB > BC$, se consideră punctele E și F astfel încât $AE = EF = FB$.

a) (3p) Determinați raportul dintre aria patrulaterului $DEFC$ și aria paralelogramului $ABCD$.

b) (4p) Dacă $DF \perp EC$, demonstrați că CE este bisectoarea unghiului BCD .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.