

# Barem de corectare OLM 2024 Clasa a VIII-a

## P1 – autor Otilia Lăstun

$E = \sqrt{x^2 + (7x)^2} + \sqrt{(x-1)^2 + (7x-7)^2}$	2p
$E = \sqrt{50x^2} + \sqrt{50(x-1)^2} = 5\sqrt{2} x  + 5\sqrt{2} x-1 $	2p
$E = 5\sqrt{2}x + 5\sqrt{2}(1-x) = 5\sqrt{2}$	3p

## P2 – autor Adrian Gobej (GM 6-7-8/2023)

a) $x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = \sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \leq \frac{x+y}{2}(\sqrt{x} + \sqrt{y})$	1p
Inegalitatea devine $\frac{x+y}{2}(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \leq \frac{(x+y)^2}{2} + \frac{x+y}{4} \cdot \frac{2}{x+y}$	1p
$\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq x + y + \frac{1}{2}$	1p
$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{y} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$	1p
b) Conform a) avem: $2x\sqrt{y} + 2y\sqrt{x} \leq (x+y)^2 + \frac{x+y}{2}$ ; $2x\sqrt{z} + 2z\sqrt{x} \leq (z+x)^2 + \frac{z+x}{2}$ ; $2z\sqrt{y} + 2y\sqrt{z} \leq (y+z)^2 + \frac{y+z}{2}$ Prin însumarea celor 3 inegalități, se obține inegalitatea cerută	3p

## P3 – Ed. Campion

a) Conform ipotezei, obținem $\Delta VAC$ echilateral	1p
$\sphericalangle(CV, (ABC)) = \sphericalangle(CV, OC) = \sphericalangle OCV$	1p
$\Delta VAC$ echilateral $\Rightarrow \sphericalangle ACV = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle OCV = 60^\circ$	1p
b) Construim $MP \perp AC, P \in AC$ $\sphericalangle(MO, (ABC)) = \sphericalangle(MO, OC) = \sphericalangle MOP$	2p
În $\Delta MPC$ dr în $P \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{MP}{MC} \Rightarrow MP = 2\sqrt{3} \text{ cm}$	1p
În $\Delta MOP$ dr în $P \Rightarrow \tan \sphericalangle MOP = \frac{MP}{OP} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	1p

## P4 – autor Gabriel Hanea

a) Fie $O$ mijlocul lui $A'C$ ; în $\Delta MAA'$ dr în $A$ , respectiv $\Delta MBC$ dr în $B \Rightarrow MA' = MC = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \Delta MA'C$ isoscel $\Rightarrow MO \perp A'C$	1p
Analog $\Delta PA'C$ isoscel cu $PA' = PC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ și $PO \perp A'C$	1p
$A'C \perp MO, A'C \perp PO, MO, PO \subset (MOP) \Rightarrow A'C \perp (MOP) \Rightarrow A'C \perp MP$	1p
b) $\Delta MA'C \equiv \Delta PA'C (LLL) \Rightarrow MO \equiv PO \Rightarrow OS$ mediană în $\Delta POM$ isoscel, unde $S$ este mijlocul lui $MP$ $\Rightarrow OS \perp MP \Rightarrow OS = d(MP, A'C)$	2p
$MO = \frac{a\sqrt{2}}{2}, MS = \frac{1}{2}MP = \frac{a\sqrt{6}}{4}, OS = \frac{a\sqrt{2}}{4}$	2p