

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ASTRA”

Etapa locală, 10.02.2024

Filiera tehnologică

Clasa a IX-a

1. a) (3p) Determinați numerele reale x care verifică egalitatea $\left[\frac{3x+1}{2} \right] = 5$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .

b) (4p) Determinați numerele reale x care verifică egalitatea $\left| (x-2)^2 - x(x+1) \right| = 2024$, unde $|x|$ reprezintă modulul numărului real x .

2. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$ notăm $I_n = \left[\frac{n+1}{n}, \frac{16n-4}{n+1} \right]$.

a) (4p) Determinați $n \in \mathbb{N}^*$ pentru care mulțimea $I_n \cap \mathbb{N}$ are 13 elemente.

b) (3p) Arătați că $I_n \subset I_{n+1}$ și determinați numărul minim, respectiv numărul maxim de elemente ale mulțimii $I_n \cap \mathbb{N}$.

3. În fiecare minut al intervalului orar $7^{30} - 7^{55}$ intră pe poarta unei întreprinderi un număr de angajați, cu 8 mai mult față de numărul celor intrați în minutul precedent. În intervalul $7^{34} - 7^{35}$ au intrat 40 de angajați.

a) (3p) Determinați câți angajați au intrat în intervalul orar $7^{30} - 7^{31}$.

b) (4p) Determinați numărul total de angajați care au intrat în intervalul orar $7^{30} - 7^{52}$.

4. În paralelogramul $ABCD$, cu $\{O\} = AC \cap BD$, se notează cu M mijlocul segmentului AB și cu N mijlocul segmentului BC .

a) (3p) Exprimați vectorul \overrightarrow{AC} în funcție de vectorii \overrightarrow{BM} și \overrightarrow{BN} .

b) (4p) Demonstrați că $\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MN}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.