

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ, 10.02.2024  
Clasa a V-a

1. Se consideră numerele naturale:

$$x = 75 \cdot 29 - 75 \cdot 26 - 3 \cdot 65 \text{ și } y = 16^{50} \cdot (2^3)^{10} : \left[ (2^2)^3 \right]^{37} - (3^8)^{25} : 27^{65} + 6^0 + 6^1.$$

a) (4p) Comparați numerele  $2^x$  și  $3^y$ .

b) (3p) Arătați că  $x^{2024} + y^{2024}$  nu este pătrat perfect.

2. (7p) Trei copii cumpără pixuri, creioane și caiete (de același fel fiecare produs) și plătesc astfel: primul copil plătește 92 de lei pentru 12 pixuri, 8 creioane și 8 caiete, al doilea copil plătește 34 de lei pentru 4 pixuri, 8 creioane și 2 caiete, iar al treilea copil plătește 62 de lei pentru 8 pixuri, 4 creioane și 6 caiete. Determinați cât costă fiecare produs în parte.

3. (7p) Aflați suma numerelor naturale de forma  $\overline{abc}$  care verifică relația:

$$(\overline{ab} + c) + 3(\overline{bc} + a) + 5(\overline{ca} + b) = (a^3 + b^3 + c^3 + 1)(a + 2b + 3c)$$

4. (7p) Pe o tablă sunt scrise în ordine crescătoare numerele de la 0 până la 2022. Din acest șir, Ștefan șterge al treilea număr, al șaselea număr, al nouălea număr și așa mai departe, iar Amira șterge, tot din șirul inițial, al cincilea număr, al zecelea număr, al cincisprezecelea număr și așa mai departe. Un număr se consideră șters definitiv dacă a fost șters de amândoi copiii. Câte numere reușesc să șteargă definitiv cei doi copii?

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 2 ore.