



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Simion Oros, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,
E-mail: secretariat@isjsalaj.ro



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etape locală, SĂLAJ , 10.02.2024

Clasa a XI-a

Subiectul 1.

Determinați toate matricele $X \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $X^{2019} + 2X = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2021 & 3 \end{pmatrix}$.

Subiectul 2.

Fie A o matrice de ordinul doi cu elemente numere reale și A^t matricea transpusă. Știind că $\det(A + A^t) = 8$ și $\det(A + 2 \cdot A^t) = 27$ să se calculeze $\det(A)$.

(G.M.)

Subiectul 3.

Fie $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x-2}$

(3p) a) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \cdot \sin \frac{1}{f(x)}$

(2p) b) Aflați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{f(x)}{f(x+3)} \right)^{ax} = e^{a^2+2}$

(2p) c) Arătați că suma $S = \sum_{k=3}^{302} \left(\lim_{x \rightarrow k} \frac{1}{f(x)} \right)$ este un număr natural divizibil cu 25.

Subiectul 4.

Fie șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definit prin $a_1 \in (0,1)$ și $a_{n+1} = a_n(1 - a_n), \forall n \in \mathbb{N}^*$.

(4p) a) Să se arate că șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este convergent și calculați limita sa.

(3p) b) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow \infty} (na_n) = 1$.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.