



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Simion Oros, nr. 2, Cod 450059
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,
E-mail: secretariat@isjsalaj.ro



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală , SĂLAJ , 10.02.2024

Clasa a VIII-a

Subiectul 1

Pentru n număr natural, definim mulțimea $A_n = \{x \in \mathbf{R} \mid |x + n - 6| \leq 3n + 4\}$.

(4p) a) Scrieți mulțimea A_1 sub formă de interval;

(3p) b) Aflați numărul natural n pentru care A_n conține exact 609 numere întregi.

Subiectul 2

(3p) a) Demonstrați că, dacă $x \in [-2, \infty)$ și $y \in [-2, \infty)$, atunci numărul $A = xy + 2x + 2y$ aparține intervalului $[-4, \infty)$.

(4p) b) Demonstrați că, oricare ar fi $a, b, c \in (0, \infty)$, are loc inegalitatea

$$(a^2 + a + 1)(b^2 + b + 1)(c^2 + c + 1) \geq 27abc.$$

Subiectul 3

În tetraedrul regulat $SABC$ se consideră punctul D pe muchia SB și punctul E pe muchia SC , astfel încât $\frac{SD}{DB} = \frac{1}{2}$ și $\frac{SE}{EC} = 2$. Dacă aria triunghiului ADE este egală cu $5\sqrt{3}cm^2$, aflați suma muchiilor tetraedrului.

Subiectul 4

Considerăm cubul $ABCD A'B'C'D'$ și punctul P situat pe diagonala BD' astfel încât $BD' = 3BP$. Notăm cu O centrul feței $BB'C'C$.

(3p) a) Arătați că punctele A , P și O sunt coliniare;

(4p) b) Dacă $AB = 6\text{ cm}$, calculați distanța de la punctul C la planul (APB) .

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.