

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-
17.02.2024
Clasa a VII-a

Subiectul 1

a) Se consideră numerele: $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} + \frac{4}{\sqrt{48}} \right) : \frac{2}{3}$ și

$$b = \frac{\sqrt{26^2 - 10^2}}{\sqrt{20^2 - 16^2}} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} + |2\sqrt{5} - 5| - (5 - 2\sqrt{5}).$$

Calculați $(a + b) \cdot |a - b|$.

b) Calculați pătratul numărului c , unde: $c = \frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{121}}.$

Subiectul 2

Demonstrați că numerele x, y sunt iraționale, unde:

$$x = \sqrt{1018^{2024} + 1019^{2024}}; y = \sqrt{3^{2020} + 3^{1010}}.$$

Subiectul 3

În patrulaterul convex $ABCD$, măsurile unghiurilor verifică relațiile:

$$2 \cdot \angle A = \angle B, 4 \cdot \angle C = \angle B, 5 \cdot \angle C = \angle D.$$

Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului.

Subiectul 4.

Pe cercul de centru O se consideră punctele A, B, C și D , în sensul mișcării acelor de ceasornic, astfel încât $AB \parallel CD$ și $AB = \frac{CD}{2}$. Notăm cu M și N picioarele perpendicularelor duse din O pe CD , respectiv BC . Dacă $MN \cap AB = \{P\}$, iar $AC \cap PD = \{R\}$, demonstrați că R este mijlocul lui AC .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte.