

**Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”**  
**Etapa Locală**  
**Maramureș – 10 februarie 2024**  
**Clasa a X a**  
**Secțiunea H1**

**Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările**

1. a) Ordonăți crescător numerele:

$$x = \sqrt{4^{3 \log_4 2}} - \sqrt{6^{2 \log_6 3}}, \quad y = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \dots \cdot \log_7 8 \quad \text{și} \quad z = \log_3 \frac{1}{2} + \log_3 \frac{2}{3} + \dots + \log_3 \frac{80}{81}.$$

b) Arătați că numărul  $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2 + 2 \cdot \log_6 3} \cdot \sqrt{\log_2 3}$  se află în intervalul  $(1, 2)$ .

2. Un număr complex se numește *interesant* dacă suma dintre el și inversul său este 1.

a) Aflați un număr complex *interesant*.

b) Calculați  $z^{2025}$ , știind că  $z$  este număr *interesant*.

3. Fie  $z_1$  și  $z_2$  două numere complexe.

a) Arătați că  $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$ .

b) Dacă  $|z_1| = |z_2| = 2$  și  $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$ , calculați  $|z_1 - z_2|$ .

4. a) Dacă  $\log_6 2 = a$ , exprimați numărul  $\log_6 324$  în funcție de  $a$ .

b) Dacă  $\lg 5 = a$  și  $\lg 6 = b$ , exprimați numărul  $\log_3 2$  în funcție de  $a$  și  $b$ .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru – 3 ore