

**74. Országos Matematikaolimpia**  
**Körzeti szakasz, 2024. február 10.**  
**VII. osztály**

**1. feladat**

a) Adottak az  $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2024}$  és  $B = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2023}{2024}$  számok. Határozd meg az  $A$  és  $B$  számok számtani közepét!

b) Adottak a  $C = \frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{2 \cdot 9} + \frac{1}{3 \cdot 12} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 300}$  és

$$D = \sqrt{\frac{1}{7} + \left(\frac{9}{14} + \frac{10}{21} + \dots + \frac{70}{441}\right)} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{63}\right) \text{ számok.}$$

Számítsd ki a  $C \cdot D + \frac{1}{100}$  értékét!

**2. feladat.** Határozd meg az  $x, y, z \in \mathbb{R}^*$  számokat, ha tudjuk, hogy

$$x + \frac{1}{y} = 2, y + \frac{1}{z} = 3 \text{ és } xyz = 1.$$

*Gazeta matematică*

**3. feladat.** Adott az  $ABC$ ,  $A$ -ban derékszögű háromszög és  $C \sphericalangle = 30^\circ$ . A háromszög  $B$  csúcsából húzott szögfelező az  $AC$  oldalt a  $D$  pontban metszi. Legyen  $M$  a  $BC$  felezőpontja és  $E$  a  $D$  pont  $M$  szerinti szimmetrikusa. Igazold, hogy:

- a) az  $BDCE$  négyszög egy rombusz;
- b)  $AM \perp CE$ .

**4. feladat.** Legyen  $O$  az  $ABCD$  négyzet átlóinak a metszéspontja,  $E$  az  $AB$  oldal felezőpontja és  $AC \cap DE = \{F\}$ . Határozd meg a  $BEFO$  négyszög és az  $ABCD$  négyzet területeinek az arányát!

*Munkaidő 3 óra.*

*Minden feladatot 0-tól 7-ig pontozunk.*