

74. Országos matematikaolimpia
Körzeti szakasz, 2024. február 10.
VIII. osztály

1. feladat. Legyen $A = \{3x + 1, |2x - 1| \leq 3, x \in \mathbb{R}\}$ és $B = \{x, |x + 2| \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$.

a) Határozd meg az A és B intervallumokat!

b) Igazold, hogy az A és B intervallumok egész elemeinek összege prímszám!

2. feladat. Határozd meg azokat az $x \in \mathbb{Z}$ számokat, amelyekre

$$S = \frac{\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + (1 + \sqrt{2})^2}{x + 2} \in \mathbb{N}.$$

3. feladat. Az ABC háromszögben $\angle A = 90^\circ$, $AC = 12$ cm, $BC = 20$ cm. Legyen CD az $\angle C$ szögfelezője, $D \in AB$, és $DE \perp BC$, $E \in BC$. Az ABC háromszög síkjára az E pontban $PE = 6$ cm hosszúságú merőlegest állítunk. Számítsd ki:

a) A DE szakasz hosszát és a P és D pontok közötti távolságot;

b) A P pontnak a CD egyenestől való távolságát!

4. feladat. Az $ABCD A'B'C'D'$ kockában O az $ABCD$ lap középpontja, az M és N pontok az AB , illetve BC élek felezőpontjai. Igazold, hogy:

a) Az $MNC'A'$ négyszög átlói merőlegesek egymásra;

b) $D'B$, $A'N$, $C'M$ és $B'O$ összefutó egyenesek!

Gazeta matematică

Munkaidő 3 óra.

Minden feladatot 0-tól 7-ig pontozunk.