

26. Adolf Haimovici alkalmazott matematikaverseny**Körzeti szakasz, 2024. február 10.****IX. osztály - H2 - Természettudomány**

1. feladat. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\left(2x + \frac{5}{2}\right) + \left(2x + \frac{1}{2}\right) + \left(2x - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(2x - \frac{43}{2}\right) = 201,5 + x.$$

2. feladat. Az ABC háromszögben adottak az $M \in AB$, $N \in AC$ és $P \in BC$ pontok úgy, hogy $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{NC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{NA}$ és $\overrightarrow{PC} = \frac{2}{9}\overrightarrow{PB}$.

a) Készíts a feladat adatainak megfelelő rajzot.

b) Igazold, hogy $\overrightarrow{MP} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{9}{7}\overrightarrow{BC}$ és $\overrightarrow{MN} = -\frac{7}{20}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$.

c) Igazold, hogy az M , N és P pontok kollineárisak.

3. feladat. Igazold, hogy bármely $n \in \mathbb{N}$ esetén a $10^n + 18n - 28$ szám osztható 27-tel.

4. feladat. Egy tartályt két csapon keresztül lehet megtölteni. Ha egyszerre nyitva van mindkét csap, akkor az üres tartály 12 perc alatt telik meg. Egy alkalommal a tartály pontosan a feléig van megtöltve, és ekkor az egyik csapot elzárják. Ha az első csapot zárják el, akkor a tartály megtöltéséhez 5 perccel több időre van szükség, mint ha a második csapot zárják el.

a) Határozd meg, mennyi idő alatt telik meg az üres tartály, ha csak az első csap van nyitva.

b) Határozd meg, mennyi idő alatt telik meg az üres tartály, ha az első 5 percben csak a második csap van nyitva, majd megnyitják az első csapot is.

Munkaidő 3 óra.

Minden feladatot 0-tól 7-ig pontozunk.