

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – Constanța, 3.02.2024

Clasa a X-a

secțiunea H2 -filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

SUBIECTUL 1

- a) Demonstrați că numărul $\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6}$ nu este rațional.
- b) Dacă $60^a = 3$ și $60^b = 5$, arătați că $12^{\frac{1-a-b}{2(1-b)}} \in \mathbb{N}$.

SUBIECTUL 2

Să se determine numerele complexe z care verifică relația $|z + 1| + |z| = 1$.

SUBIECTUL 3

- a) Rezolvați ecuația $2^x + \sqrt{2^{x+2} \cdot 5^x} - 3 \cdot 5^x = 0$.
- b) Dacă $a, b \in (0,1)$, arătați că $\log_a \frac{2ab}{a+b} + \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq 2$.

SUBIECTUL 4

Ioana trebuie să înmulțească 2024 numere complexe de modul 1. Din greșeală, ea schimbă între ele partea reală cu coeficientul părții imaginare, la fiecare factor al produsului și astfel obține ca rezultat final numărul $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Determinați rezultatul corect al produsului celor 2024 de numere complexe.

Notă:

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.