

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**Etapă locală – Constanța, 3.02.2024****Clasa a VII-a****SUBIECTUL 1**

a) Arătați că: $\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}$.

b) Comparați numerele a și b, unde:

$$a = \sqrt{3^{2024} - 2 \cdot 3^{2023} - 2 \cdot 3^{2022} - \dots - 2 \cdot 3 - 2} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$$
$$b = \frac{2}{5\sqrt{6}-3\sqrt{10}} : \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2\sqrt{5}} \right).$$

SUBIECTUL 2

Aflați numerele $x, y, z \in \mathbb{R}^*$, știind că $x + \frac{1}{y} = 2$, $y + \frac{1}{z} = 3$ și $xyz = 1$.

*Supliment GM***SUBIECTUL 3**

În exteriorul rombului ABCD cu măsura unghiului A mai mică de 60° se construiesc triunghiurile echilaterale ABE și ADF.

a) Arătați că $EF = EC$.

b) Dacă $AC \cap BF = \{M\}$, demonstrați că punctele E, M, D sunt coliniare.

SUBIECTUL 4

Se consideră pătratul ABCD, M mijlocul lui AD, P piciorul perpendicularei duse din C pe MB și Q punctul de intersecție dintre CP și AB. Demonstrați că:

a) $MQ = \frac{AC}{2}$

b) $\sphericalangle APB = 135^\circ$.

Notă :

Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect are 7 puncte.

Nu se acordă puncte din oficiu.