

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapă locală – Constanța, 3.02.2024

Clasa a X-a

Secțiunea H1- filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

Barem de corectare și notare

SUBIECTUL 1

Soluție

a) Din raționalizare obținem că: $E(n) = \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n} - \sqrt{n-1} = \sqrt{n} - 1 \dots\dots\dots 2p$

$(\sqrt{n} + 1)(\sqrt{n} - 1) = n - 1 \in \mathbb{N} \dots\dots\dots 1p$

b) Cum $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$ rezultă că $x^3 =$
 $(\sqrt[3]{6\sqrt{3} - 10})^3 - (\sqrt[3]{6\sqrt{3} + 10})^3 - 3\sqrt[3]{(6\sqrt{3} - 10)(6\sqrt{3} + 10)}(\sqrt[3]{6\sqrt{3} - 10} - \sqrt[3]{6\sqrt{3} + 10}) \dots\dots\dots 1p$

$x^3 = 6\sqrt{3} - 10 - 6\sqrt{3} - 10 - 3\sqrt[3]{36 \cdot 3 - 100} \cdot x \dots\dots\dots 1p$

$x^3 = -20 - 6x \Leftrightarrow x^3 + 6x + 20 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x^2 - 2x + 10) = 0 \dots\dots\dots 1p$

Soluția $x = -2 \dots\dots\dots 1p$

SUBIECTUL 2

Soluție

a) Notăm $\log_2 5 = x$.

$\log_8 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 8} = \frac{\log_2 2 + \log_2 5}{3 \log_2 2} = \frac{1 + \log_2 5}{3} = \frac{1 + x}{3} \dots\dots\dots 1p$

$\log_{20} 50 = \frac{\log_2 50}{\log_2 20} = \frac{\log_2 2 + \log_2 25}{\log_2 4 + \log_2 5} = \frac{1 + 2 \log_2 5}{2 + \log_2 5} = \frac{1 + 2x}{2 + x} \dots\dots\dots 1p$

Atunci $6a - b - 3ab = 1 \Leftrightarrow 6 \cdot \frac{1+x}{3} - \frac{1+2x}{2+x} - 3 \cdot \frac{1+x}{3} \cdot \frac{1+2x}{2+x} = \frac{2+2x}{1} - \frac{1+2x}{2+x} - \frac{1+2x+x+2x^2}{2+x} = \dots\dots\dots 1p$

$= \frac{4+4x+2x+2x^2-1-2x-1-3x-2x^2}{2+x} = \frac{x+2}{x+2} = 1 \dots\dots\dots 1p$

b) $\log_5 x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n^2+n}} = \dots\dots\dots 1p$

$\log_5 x^{\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}} = \log_5 x^{1 - \frac{1}{n+1}} = \dots\dots\dots 1p$

$\log_5 x^{\frac{n}{n+1}}$, unde $x \in (0, +\infty)$ 1p

SUBIECTUL 3

Soluție

a) Pentru $m = -2$ numărul $z_2 = 1 - 2i$ este soluție a ecuației date dacă $z_2^2 - 2z_2 + 5 = 0$ 1p

Verifică $z_2^2 - 2z_2 + 5 = (1 - 2i)^2 - 2(1 - 2i) + 5 = 1 - 4i - 4 - 2 + 4i + 5 = 0$ 2p

b) Calculează $\frac{z_1}{z_2} = \frac{m+i}{1+mi} = \frac{(m+i)(1-mi)}{1+m^2} = \frac{2m}{1+m^2} + \frac{1-m^2}{1+m^2}i$ 2p

Dacă $z \in R \Leftrightarrow \text{Im}(z) = 0$ și obține $\frac{1-m^2}{1+m^2} = 0$ 1p

Obținem că $m \in \{1, -1\}$ 1p

SUBIECTUL 4

Soluție

Notăm cu M_1, M_2, M_3 cele trei magazine. În M_1 se obțin $m \cdot p$ lei.....1p

În M_2 se obțin $(m + n) \cdot 40$ lei.....1p

În M_3 se obțin $(m - n) \cdot 60$ lei.....1p

Conform anunțului avem că $m \cdot p = (m + n) \cdot 40 = (m - n) \cdot 60$1p

Obținem $m = 5n$2p

Rezultatul final $p = 48$ lei.....1p