

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”****Etapă locală – Constanța, 3.02.2024****Clasa a XII-a**

secțiunea H1 - filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

**SUBIECTUL 1**

Fie  $G = \{ A(x) \mid A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & 1-x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \}$ .

- Arătați că  $(G, \cdot)$  este grup abelian, unde „ $\cdot$ ” este înmulțirea matricelor pătratice de ordinul trei.
- Calculați simetricul elementului  $A(2024)$ .
- Demonstrați că  $A^n(x) = A\left(\frac{1-(1-2x)^n}{2}\right)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  și calculați  $A^{2024}(1)$ .

**SUBIECTUL 2**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = -5xy + 10x + 10y - 18$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .

- Demonstrați că  $x \circ y = 2 - 5(x - 2)(y - 2)$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .
- Arătați că dacă  $a \circ a = b$  și  $b \circ b = a$ , atunci  $a = b = 2$  sau  $a = b = \frac{9}{5}$ .
- Determinați  $m \in \mathbb{R}^*$  știind că funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = m \cdot e^x + 2$  verifică relația  $f(x + y) = f(x) \circ f(y)$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .

**SUBIECTUL 3**

Medicul de gardă al Spitalului nr.1 din municipiul Constanța a depistat în prima zi de activitate a anului 2024 un număr de 12 persoane bolnave de viroză respiratorie. Se estimează că numărul  $V$  al persoanelor bolnave după  $n$  zile va fi dat de ecuația  $V'(n) = 2n + 3$  (unde prin  $V'(n)$  am notat derivata funcției  $V(n)$ ).

- Să se determine funcția  $V(n)$ .
- Determinați numărul persoanelor bolnave după 7 zile.
- La câte zile de la prima observație medicul înregistrează 54 bolnavi?

**SUBIECTUL 4**

- Determinați primitiva  $F$  a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\cos x}{2024}$ , cu proprietatea  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .
- Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^{2024} + x + 1$  și  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o primitivă a sa. Calculați  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x - 1}$ .

**Notă:**

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.