

Olimpiada Națională de Matematică**Etapă locală- clasa a VI –a****9 februarie 2025****Subiectul I**

Fie mulțimea $A = \{3, 6, 9, \dots, 2025\}$. Se consideră șirul de submulțimi $A_1 = \{3, 6\}$, $A_2 = \{9, 12, 15\}$, $A_3 = \{18, 21, 24, 27\}$, Calculați suma elementelor mulțimii A_{24} .

Subiectul al II-lea

- a) Arătați că numărul $n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2025} + (1 + 3 + 5 + \dots + 2025)$ este divizibil cu 4.
- b) Determinați numerele naturale $n = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$, $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, știind că numerele $n^2, 2n^2, 3n^2$, respectiv $5n^2$ au 105, 120, 126, respectiv 140 de divizori naturali.

S.G.M. 11/ 2024**Subiectul al III-lea**

Fie unghiurile adiacente suplementare AOB și BOC direct proporționale cu 3 și 6 și semidreapta (OE este bisectoarea unghiului BOC, iar unghiurile AOG, GOF și FOC sunt invers proporționale cu 2, 3 și 6. Se știe că punctele B și G sunt de o parte și de alta a dreptei AC. Dacă semidreapta (OM este opusă semidreptei (OE, iar semidreapta (ON este bisectoarea unghiului GOF, arătați că (OG este bisectoarea unghiului MON.

Subiectul al IV-lea

Fie punctele $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{2025}$, situate în această ordine pe o dreaptă, astfel încât:

$$A_0A_1 = A_1A_2 = 1 \text{ cm și } A_kA_{k+1} = 2 \cdot A_{k-1}A_k, \forall k \in \{2, 3, 4, 5, \dots, 2025\}.$$

- a) Arată că A_4 este mijlocul segmentului A_0A_5 ;
- b) Calculează lungimea segmentului A_0A_{2025}

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.

Timp de lucru: 3 ore