

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapa locală- clasa a VII-a****9 februarie 2025****Subiectul I**

Fie $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, astfel încât $\frac{a\sqrt{2}+b}{b\sqrt{2}+c} \in \mathbb{N}$. Arătați că b este media geometrică a numerelor a și c .

Subiectul II

Fie $A = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$, unde $a, b, c \in \mathbb{N}$. Știind că $2 \cdot A$ are cu 15 divizori mai mulți decât A , $3 \cdot A$ are cu 21 de divizori mai mulți decât A și că $5 \cdot A$ are cu 35 de divizori mai mulți decât A , arătați că $\sqrt{2025 \cdot A}$ este număr natural.

Subiectul III

În triunghiul ABC ducem înălțimea AD , $D \in BC$ și notăm cu M și N mijloacele laturilor AB , respectiv AC . Știind că punctele A, M, D, N sunt situate pe un cerc, aflați măsura unghiului BAC .

G. M. nr.10/2024**Subiectul IV**

Se consideră paralelogramul $ABCD$. Pe laturile AB , CD se construiesc spre exteriorul paralelogramului două triunghiuri echilaterale ABM și CDP , iar pe laturile BC , DA se construiesc spre interiorul paralelogramului triunghiurile echilaterale BCN și DAQ . Arătați că $P_{MNPQ} = 2 \cdot AC + 2 \cdot BD$ (unde prin P_{MNPQ} înțelegem perimetrul patrulaterului $MNPQ$).

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.**Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.****Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.****Timp de lucru: 3 ore**