



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală- clasa a VIII-a

9 februarie 2025

Subiectul I

Diferența dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor naturale a și b este 1. Arătați că $\frac{a}{2}$ și $\frac{b}{2}$ sunt pătratele a două numere naturale consecutive.

Subiectul al II-lea

Se știe că $25x^2 + 16y^2 - 30x + 16y + 8 = 0$, unde $x \in \mathbb{Z}$ și $y \in \mathbb{Q}$.

- a) Care este valoarea numărului x ?
- b) Care este valoarea absolută a părții întregi a lui y ?

Subiectul al III-lea

Fie A, B, C, D patru puncte necoplanare. Notăm cu M și P proiecțiile punctului D pe bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle ABD$, respectiv $\sphericalangle DBC$. Demonstrați că $MP \parallel (ABC)$.

Subiectul al IV-lea

Fie ABC un triunghi ascuțitunghic și O un punct în interiorul său. Notăm cu M, N și P proiecțiile lui O pe AB, BC și CA . Demonstrați că, dacă V este un punct cu proprietățile $VO \perp (ABC)$, $AV \perp MP$ și $BV \perp MN$, atunci $CV \perp NP$.

(G.M. nr.11/2024)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.

Timp de lucru: 3 ore