

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA, 15 februarie 2025

CLASA a VII-a

1. Fie suma: $S = \sqrt{605} + \sqrt{2420} + \sqrt{5445} + \dots + \sqrt{49005}$.

a) (3p) Aflați câți termeni are suma S.

b) (4p) Restrângeți suma S și aflați care sunt ultimele două cifre ale numărului S^2 .

2. a) (3p) Arătați că: $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$, pentru orice numere reale pozitive $a \neq b$.

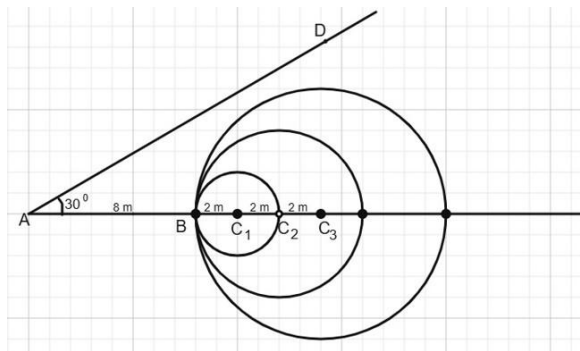
b) (4p) Determinați numerele raționale x, y pentru care are loc egalitatea:

$$\frac{1}{\sqrt{3}+1} - \sqrt{3} \cdot (3-x) = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + |3-y|.$$

3. Figura de mai jos, modelează zborul unei muște în apropierea unei clădiri a cărei perete este reprezentat de dreapta AD. Musca pornește din B și descrie cercul de centru C_1 în sensul acelor de ceas. Apoi din B descrie cercul de centru C_2 în același sens, apoi cercul de centru C_3, C_4, \dots, C_n , toate aceste centre fiind coliniare cu A și situate la 2 m unul de celălalt. Musca se oprește din zbor în clipa în care atinge peretele. Știind că $\angle DAB = 30^\circ$ și $d(A, B) = 8$ m, aflați:

a) (3p) Care este centrul cercului pe care se situează musca în clipa în care se oprește din zbor?

b) (4p) Care a fost lungimea zborului?



4. Fie pătratul ABCD și M un punct pe latura BC. De aceeași parte a dreptei AB se construiește pătratul AMNP.

a) (3p) Arătați că punctele P, D, C sunt coliniare.

b) (4p) Demonstrați că dreptele AC și CN sunt perpendiculare.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

3. Timp de lucru 3 ore.