



Olimpiada Națională de Matematică
Etapă Locală, Satu Mare, 8 februarie 2025
Clasa a VII-a

Problema 1.

a) Findet die kleinste ganze Zahl, die größer als x ist, wobei

$$x = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{10} + \sqrt{12} + \sqrt{16} + \sqrt{20} + \sqrt{24}}{2 + \sqrt{5} + \sqrt{6}}.$$

b) Zeige, dass \sqrt{a} eine rationale Zahl ist, wobei,

$$a = \left(2026 - \frac{1007}{\sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 2013}} \right)^{12} \cdot 2025.$$

Problema 2.

a) Es sei die Menge: $A = \left\{ \frac{2024}{3}, \frac{2025}{4}, \frac{2026}{5}, \frac{2027}{6}, \dots \right\}$. Findet die Kardinalzahl der Menge $B = A \cap \mathbb{N}$, \mathbb{N} - die Menge der natürlichen Zahlen.

b) Es sei $b = |2a - 4| + |a - 3| - a$, wobei a eine reelle Zahl ist, mit $2 < a < 3$.

Bestimmt die ganzen Teil der reellen Zahl $\frac{a}{b}$.

Problema 3.

Es sei das Quadrat ABCD, der Punkt F auf der Verlängerung von AC weiter nach dem Punkt C so, dass $CF = AB$ und DF schneidet den Umkreis des Quadrats in M. Es sei E der Schnittpunkt der Geraden BM und AC.

a) Beweist, dass (BM die Winkelhalbierende des Winkels $\angle DBC$ ist.

b) Zeigt dass, die Strecken [AF] und [EC] denselben Mittelpunkt haben.

Supliment G.M nr. 11/2024

Problema 4.

Es sei das Rechteck ABCD mit $30^\circ < \angle DBC < 45^\circ$. Wir konstruieren nacheinander das gleichseitige Dreieck ABE mit E im Inneren des Rechtecks, das gleichseitige Dreieck ADF mit F und E liegen auf verschiedenen Seiten der Geraden AD und das gleichseitige Dreieck EFG mit G und E liegen auf verschiedenen Seiten der Geraden AB. Wir bezeichnen mit M den Schnittpunkt der Geraden EB und CG, und mit N den Schnittpunkt der Geraden BD und EG. Zeigt, dass:

a) $AG = CE$

b) $MN \perp GE$.

Notă:

- Timp de lucru, 3 ore.
- Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

SUCCES!