

---

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ****Etapă locală – Constanța, 08.02.2025****Clasa a IX-a****SUBIECTUL 1**

Fie  $a, b, c \in (0, +\infty)$  și  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât  $|ax - b| \leq c$ ,  $|bx - c| \leq a$  și  $|cx - a| \leq b$ . Demonstrați că  $0 \leq x \leq 2$ .

*Supliment Gazeta Matematică, nr. 9/2024*

**SUBIECTUL 2**

Determinați numărul real  $x$  care satisface proprietatea  $\left[ \frac{3x-3}{2} \right] = \left[ \frac{3x-1}{6} \right] + \left[ \frac{3x+1}{6} \right] + \frac{2x+1}{3}$ , unde  $[a]$  reprezintă partea întreagă a numărului  $a$ .

*Vladimir Vîntu*

**SUBIECTUL 3**

Fie  $a, b, c \in (0, +\infty)$  astfel încât  $ab + bc + ca = 1$ . Să se arate că  $\frac{1+a^2}{1+bc} + \frac{1+b^2}{1+ac} + \frac{1+c^2}{1+ab} \geq 3$ .

\*\*\*

**SUBIECTUL 4**

Fie triunghiul  $ABC$  și  $D, E, F$  mijloacele laturilor  $BC, CA$  respectiv  $AB$ . Notăm  $H_1, H_2, H_3$  ortocentrele triunghiurilor  $AFE, BDF$  respectiv  $CDE$  și  $O$  centrul cercului circumscris triunghiului  $ABC$ . Să se arate că dacă  $O$  este centrul de greutate al triunghiului  $H_1H_2H_3$  atunci triunghiul  $ABC$  este echilateral.

*Cătălin Zîrnă*

**Notă:**

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.