

7**Olimpiada Națională de Matematică
Etapă locală, 8 februarie 2025****Clasa a VII-a****AG
2025****Subiectul I**

- 1) Se consideră suma

$$S = \frac{1}{(1+2^{-1})(1+2^2)} + \frac{1}{(1+2^{-2})(1+2^3)} + \dots + \frac{1}{(1+2^{-2024})(1+2^{2025})}.$$

- a) Demonstrați că
- $S = \frac{1}{3} - \frac{1}{1+2^{2025}}$
- .

4puncte

- b) Arătați că
- $[2025 \cdot S] < 675$
- , unde
-
- [x] este partea întreagă a numărului real x.

3 puncte**Subiectul II**

- 2) Fie ABCD un patrulater inscriptibil cu AD=DC. Notăm cu P piciorul perpendicularei din D pe BC. Prelungim segmentul BC cu un segment CS=AB.

- a) Demonstrați că triunghiul BDS – isoscel.

4 puncte

- b) Să se arate că
- $AB+BC=2BP$
- .

3 puncte**Subiectul III**Fie $S_1 = \sqrt{1+3+5+7} + \sqrt{1+3+5+7+9} + \sqrt{1+3+5+7+9+11} + \dots + \sqrt{1+3+5+7+9+11+13+\dots+2023}$.

- a) Determinați suma
- S_1

4 puncte

- b) Aflați ultima cifră a sumei
- $S_2 = 1+3+5+7+9+11+13+\dots+2023$
- .

3 puncte**Subiectul IV**

- 1) Fie ABCD un dreptunghi având
- $AB > BC$
- , cu
- $AC \cap BD = \{O\}$
- și bisectoarea unghiului
- $\angle ABC$
- și BD fac un unghi cu măsura egală cu
- 15°
- . Bisectoarea unghiului
- $\angle ABC$
- intersectează diagonala AC în punctul P și latura DC în punctul E. Arătați că
- $\triangle COE$
- și
- $\triangle POE$
- sunt triunghiuri isoscele.

7 puncteNotă:*Timp de lucru: 3 ore**Fiecare subiect se redactează pe foaie separată
și este notat cu punctaj întreg, de la 0 la 7 p.***Varianta 2**