

8

Olimpiada Națională de Matematică
Etapă locală, 8 februarie 2025

Clasa a VIII-a

AG
2025

Subiectul I

a) Fie x și y două numere reale pozitive. Arătați că $x\sqrt{x} + y\sqrt{y} \geq x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$.

3 puncte

b) Arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, are loc egalitatea:

$$\frac{1}{2\sqrt{2} + 1\sqrt{1}} + \frac{1}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n+1} + n\sqrt{n}} < 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

4 puncte

Subiectul II

Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a = b - 1$ și $b \in [1, 3]$. Arătați că $\sqrt{a^2 + b^2 - 2b + 1} + \sqrt{a^2 + b^2 - 4a - 6b + 13} = 2\sqrt{2}$.

7 puncte

Subiectul III

Pe planul rombului ABCD cu latura de 12 cm și măsura $\sphericalangle A = 60^\circ$, se ridică perpendiculara $MO = 3\sqrt{6}$ cm în punctul O de intersecția a diagonalelor. Calculați:

a) Distanța de la M la BC.

4 puncte

b) Distanța de la O la planul (MBC).

3 puncte

Subiectul IV

Fie ABCDA'B'C'D' un paralelipiped dreptunghic. Considerăm punctele M mijlocul muchiei AD și O centrul feței ABB'A'. Notăm cu P intersecția dreptelor C'M cu B'A și cu Q intersecția dreptelor OM cu C'D. Arătați că $PQ \parallel (A'BC')$.

7 puncte

Varianta 2

Notă:

Timp de lucru: 3 ore
Fiecare subiect se redactează pe foaie separată
și este notat cu punctaj întreg, de la 0 la 7 p.