MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 2025

CLASA a V-a

Problema 1. La cercul de robotică al unei școli, elevii lucrează în echipe complete de câte trei băieți și o fată. Într-o zi, au lipsit două fete și un băiat, iar elevii au fost regrupați astfel încât în fiecare echipă nou-formată au fost câte o fată și patru băieți.

Câți elevi sunt înscriși la cercul de robotică al acelei școli?

Problema 2. Se consideră numărul $n = 2^x + 2^y + 2^z + 2^t$, unde x, y, z, t sunt numere naturale distincte. Împărțind numărul n la 305, se obține câtul 2^a și restul 0, unde a este un număr natural.

Determinați restul împărțirii sumei $a + x + y + z + t$ la 5.

Gazeta Matematică

Problema 3. Pe ecranul monitorului unui calculator sunt afișate toate numerele naturale de la 1 la 2025. Un virus șterge o parte dintre aceste numere după următorul algoritm:
- la pasul 1 se șterge un număr dintre cele afișate pe ecran și succesorul acestuia;
- la fiecare nou pas, dintre numerele rămase pe ecran după pasul precedent se șterg două numere, astfel încât unul dintre numerele șterse să fie succesorul celuilalt număr șters.

Algoritmul se oprește după 674 de pași.

a) Arătați că suma numerelor rămase pe ecran nu este divizibilă cu 6.

b) Arătați că produsul numerelor rămase pe ecran este divizibil cu 6.

Problema 4. Andrei scrie numărul 2025 ca sumă de 40 de numere naturale nenule, oricare două diferite.

Determinați care este cea mai mică valoare pe care o poate lua cel mai mare dintre cele 40 de numere din sumă.

Timp de lucru 3 ore.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.