

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 01.02.2020
CLASA A V-A
Județul Vâlcea
Barem de corectare

SUBIECTUL 1

a) Calculați numerele:

$$S = \left[(2^{2019} + 2^{2019}) : (2^{10^3})^2 - 2^{19} \right] : 2^{12}$$

$$P = (4 + 7 + 10 + 13 + \dots + 301) : 305 + 100$$

R= restul împărțirii numărului $\overline{abcabc}$ la 1000, unde $\overline{abc}$ este cel mai mic număr par cu cifrele consecutive.

b) Determinați trei numere naturale știind că suma primelor două este R, suma dintre primul și al treilea este S, iar suma ultimelor două este P.

Soluție:

$$S = [(2 \cdot 2^{2019}) : (2^{2000}) - 2^{19}] : 2^{12} \dots\dots\dots 1p$$

$$S = [(2^{2020}) : (2^{2000}) - 2^{19}] : 2^{12}$$

$$S = (2^{20} - 2^{19}) : 2^{12} = 2^7 = 128 \dots\dots\dots 1p$$

$$P = (3 \cdot 1 + 1 + 3 \cdot 2 + 1 + 3 \cdot 3 + 1 + \dots + 3 \cdot 100 + 1) : 305 + 100 \dots\dots\dots 1p$$

$$P = [3 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 100) + 100] : 305 + 100$$

$$P = 150 \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{abc} = 234$$

$$\overline{abcabc} = 1000 \cdot \overline{abc} + \overline{abc}, R = 234 \dots\dots\dots 1p$$

b) $x + y = 234$

$$x + z = 128$$

$$y + z =$$

$$150 \dots\dots\dots 1p$$

$$x + y + z = 256$$

Finalizare $x = 106, y = 128, z = 22 \dots\dots\dots 1p$

SUBIECTUL 2

Adunând un număr natural cu suma cifrelor sale se obține 2020. Găsiți toate numerele care îndeplinesc această condiție.

Soluție:

Fie n un număr care îndeplinește condiția din enunț.

$n \leq 999$ și $n > 9999$ nu convine.....1p

Fie $n = \overline{abcd} \Rightarrow \overline{abcd} + a + b + c + d = 2020$, deci $a \in \{1, 2\}$ 1p

Dacă $a = 1 \Rightarrow 1001 + 101b + 11c + 2d = 2020 \Leftrightarrow 101b + 11c + 2d = 1019$

$b < 9$ nu convine, deci $b = 9$ 1p

Obținem: $909 + 11c + 2d = 1019 \Leftrightarrow 11c + 2d = 110$,

deci c este cifră pară, $c \leq 8 \Rightarrow d > 9$, deci nu există soluție în acest caz1p

Dacă $a = 2 \Rightarrow 2002 + 101b + 11c + 2d = 2020 \Leftrightarrow 101b + 11c + 2d = 18$

$\Rightarrow b = 0$ 1p

Obținem: $11c + 2d = 18$, deci c este cifră pară, adică $c = 0$ și $d = 9$1p

Deci $n = 2009$ 1p

SUBIECTUL 3

Determinați numerele naturale n care prin împărțire la 13 dau câtul de cinci ori mai mare decât restul și prin împărțire la 19 dau câtul de patru ori mai mare decât restul.

G.M. nr.10/2019

Soluție:

$$n : 13 = 5 \cdot r_1, \text{ rest } r_1 < 13$$

$$n : 19 = 4 \cdot r_2, \text{ rest } r_2 < 19 \dots\dots\dots 1p$$

$$n = 65 \cdot r_1 + r_1 \Leftrightarrow n = 66 \cdot r_1$$

$$n = 76 \cdot r_2 + r_2 \Leftrightarrow n = 77 \cdot r_2 \dots\dots\dots 1p$$

$$66 \cdot r_1 = 77 \cdot r_2 \Leftrightarrow 6 \cdot r_1 = 7 \cdot r_2 \dots\dots\dots 1p$$

$$r_1 < 13, r_2 < 19 \text{ convin doar } r_1 \in \{0,7\} \text{ și } r_2 \in \{0,6\}$$

$$\text{cu } r_1 = r_2 = 0 \text{ sau } r_1 = 7 \text{ și } r_2 = 6 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Finalizare: } n \in \{0, 462\} \dots\dots\dots 2p$$

SUBIECTUL 4

Se consideră numerele naturale de la 1 la 2020 așezate într-un tabel cu linii și coloane de forma:

1	8	9	16	17
2	7	10	15	18
3	6	11	14	19
4	5	12	13	20

- a) Determinați numărul liniei și numărul coloanei pe care se află numărul 2018;
b) Calculați suma numerelor de pe linia 2;

Soluție:

a)

1	8	9	16	17			2017
2	7	10	15	18			2018
3	6	11	14	19			2019
4	5	12	13	20			2020

Pentru a face o coborâre și o urcare în tabel este nevoie de 8 numere

$$2018:8=252 \text{ rest } 2, 2018:4=504 \text{ rest } 2 \dots\dots\dots 1p$$

$$2018 \text{ se află pe linia } 2, \text{ coloana } 505 \dots\dots\dots 2p$$

$$b) S=2+7+10+15+\dots+2018 \dots\dots\dots 1p$$

$$S=(4 \cdot 0+2)+(4 \cdot 1+3)+(4 \cdot 2+2)+(4 \cdot 3+3)+\dots+(4 \cdot 504+2) \dots\dots\dots 1p$$

$$S=4(0+1+2+\dots+504)+5 \cdot 252+2 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Finalizare } S=510302 \dots\dots\dots 1p$$