INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN VRANCEA

MINISTERUL EDUCAȚIEI

Focșani, Str. Dornei, nr. 5, tel. 0237214141, fax 0237214499

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ-VRANCEA

11.02.2023

CLASA A VI-A

BAREM

1.

a) $10296 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 13$

$9828 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 13$ 1p

$(10296,9828) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 13 = 468$

$[10296,9828] = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 216216$ 1p

b) Numărul divizorilor lui 9828 =(2+1)(3+1)(1+1)(1+1)=48 1p

Numărul divizorilor proprii este 48-2=46 1p

c) Fie d=(a,b) deci a=dx și b=dy cu (x,y)=1

[a,b]=dxy 1p

$d^2(x+xy) = 2^2 \cdot 5$ atunci d=1 sau d=2 1p

pentru d=1 avem a=2,b=3 și a=10,b=1

pentru d=2 avem a=2,b=4 1p

2.

a) $A_5=\{21,23,25,27,29\}$,

$A_6=\{31,33,35,37,39,41\}$ 2p

b) $A_{10}=\{91,93,95,97,99,101,103,105,107,109\}$ 1p

S= 91+93+……..+109=1000 1p

c) Primul element din A_n este (n-1)n+1 1p

Ultimul element din A_n este n(n+1)-1 1p

$(n-1)n+1 \le 2023 \le n(n+1)-1$ atunci n=45 1p

3.

a) $\frac{a}{4}=\frac{b^2+4}{b+1} \Rightarrow a(b+1)=4(b^2+4)$. Din $\frac{a}{8}=\frac{c}{14} \Rightarrow 7a=4c \Rightarrow \left.\begin{matrix} 4 \mid 7a \\ (4,7)=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 4 \mid a.$ 2p

b) $a = 4k$ cu $k \in \mathbb{N}$ și prima relație conduc la:

$k=\frac{b^2+4}{b+1} \Rightarrow$ 1p

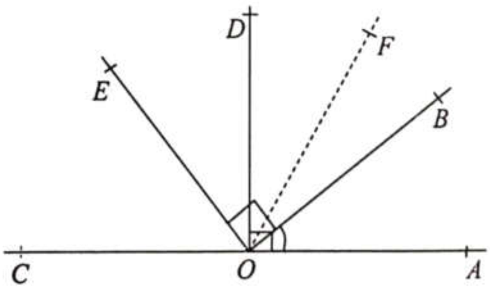
$\Rightarrow \begin{array}{l} b+1 \mid b^2+4 \\ b+1 \mid b^2+b \end{array} \Rightarrow$ 1p

$\Rightarrow \begin{array}{l} b+1 \mid b-4 \\ b+1 \mid b+1 \end{array} \Rightarrow$ 1p

$b+1 \mid 5 \Rightarrow b = 0$ sau $b = 4$ 1p

Dacă $b = 0 \Rightarrow a = 16$ și $c = 28$.
Dacă $b = 4 \Rightarrow a = 16$ și $c = 28$.
Rezultă $(a, b, c) \in \{(16,0,28); (16,4,28)\}$ 1p

4.



a) Notăm $m(\sphericalangle AOB) = u$.
Din enunț avem $m(\sphericalangle EOC) = 3 \cdot u$.
$m(\sphericalangle AOC) = 180^0$, deoarece $(OC$ și $(OA$ sunt semidrepte opuse.
Atunci : $m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle BOE) + m(\sphericalangle EOC) = 180^0$ 1p
Dar $OD \perp OA$ și $OE \perp OB$. Rezultă $m(\sphericalangle AOD) = m(\sphericalangle BOE) = 90^0$.
Egalitatea devine: $u + 90^0 + 3 \cdot u = 180^0$, de unde $u = 22^0 30'$, $m(\sphericalangle AOB) = 22^0 30'$ 1p
Obținem $m(\sphericalangle AOE) = m(\sphericalangle AOB) + m(\sphericalangle BOE) = 22^0 30' + 90^0 = 112^0 30'$. 1p
$(OF$ este bisectoarea $\sphericalangle AOE$, deci $m(\sphericalangle AOF) = m(\sphericalangle FOE) = \dfrac{m(\sphericalangle AOE)}{2} = 56^0 15'$. 1p
$m(\sphericalangle COF) = m(\sphericalangle AOC) - m(\sphericalangle AOF) = 180^0 - 56^0 15' = 123^0 45'$. 1p

b) $\sphericalangle AOB = \sphericalangle DOE$, deoarece au același complement $\sphericalangle DOB$. 1p
Deoarece $\sphericalangle AOF \equiv \sphericalangle EOF \Rightarrow m(\sphericalangle AOF) - m(\sphericalangle AOB) = m(\sphericalangle EOF) - m(\sphericalangle DOE)$,
deci $m(\sphericalangle BOF) = m(\sphericalangle DOF)$. Acest lucru arată că $OF)$ este bisectoarea $\sphericalangle BOD$. 1p