OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – VRANCEA

11.02.2023

CLASA a VIII-a

SOLUȚII ȘI BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL 1

$(x+3)^2+(y-2)^2=3$ **1p**

$0 \le (x+3)^2 \le 3 \quad \Rightarrow |x+3| \le \sqrt{3}$ **1p**

$0 \le (y-2)^2 \le 3 \quad \Rightarrow |y-2| \le \sqrt{3}$ **1p**

$-\sqrt{3} \le x+3 \le \sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3} \le -x-3 \le \sqrt{3}$ **1p**

$-\sqrt{3} \le y-2 \le \sqrt{3}$ **1p**

$-2\sqrt{3} \le y-2-x-3 \le 2\sqrt{3}$ **1p**

$|y-x-5| \le 2\sqrt{3}$ **1p**

SUBIECTUL 2

$\sqrt{x+y}=a$, $\sqrt{1-x}=b$, $\sqrt{37-y}=c$ **1p**

$a^2+b^2+c^2=38$ **1p**

$5a+3b+2c=38 \quad \Rightarrow 10a+6b+4c=76$ **1p**

$a^2+b^2+c^2-10a-6b-4c=-38$ **1p**

$(a-5)^2+(b-3)^2+(c-2)^2=0$ **1p**

$a=5, b=3, c=2$ **1p**

$x=-8, y=33$ **1p**

SUBIECTUL 3

Considerăm O=centrul paralelogramului $ABCD$.

În triunghiul ***SAC***, ***SO*** și ***AN*** sunt mediane a căror intersecție este ***E***. **1p**

E =centrul de greutate al triunghiului ***SAC*** $\Rightarrow SE=2\cdot EO$ **1p**

În triunghiul ***SBD*** avem SO-mediană și $E\in(SO)$ cu $SE=2\cdot EO$

Asta înseamnă că ***E*** =centrul de greutate al triunghiului ***SBD*** **1p**

În $\triangle SBD$ se aplică T.Rec. Thales $\quad \Rightarrow PM \parallel BD$ **1p**

În $\triangle SDO$ aplicăm T.Rec. Thales $\Rightarrow PE \parallel DO \Rightarrow PE \parallel BD$ **1p**

Asta înseamnă că punctele ***P***, ***E*** și ***M*** sunt coliniare. **1p**

$AN \cap MP = \{E\}$, drepte concurente, deci punctele ***A***, ***M***, ***N*** și ***P*** coplanare **1p**

SUBIECTUL 4

a) P=mijlocul muchiei *AB*.

$\Rightarrow PN \parallel BC \parallel B'C'$

$BCNP$ =dreptunghi $\Rightarrow PN \equiv BC \equiv B'C' \quad \Rightarrow C'N \parallel B'P$ **1p**

$B'C' \perp (ABB')$

$\triangle A'B'M \equiv \triangle B'BP \Rightarrow \sphericalangle A'MB'$ și $\sphericalangle BB'P$ sunt complementare **1p**

$\Rightarrow A'M \perp B'P \quad \Rightarrow \sphericalangle\left(A'M, C'N\right) = \sphericalangle\left(A'M, B'P\right) = 90^0$ **1p**

b) $\left.\begin{array}{l} A'D' \perp \left(DCC'\right) \\ Constr. D'F \perp C'N, F \in NC' \\ D'F, C'N \subset \left(DCC'\right) \end{array}\right\} \Rightarrow A'F \perp C'N (T3\perp) \quad \Rightarrow C'N \parallel B'P$ **1p**

$\Rightarrow d\left(A', C'N\right) = A'F$ **1p**

$D'F = h_{C'N}$ în $\triangle D'NC' \quad \Rightarrow D'F = \dfrac{8\sqrt{5}}{5} cm$ **1p**

În $\triangle A'D'F$ cu $\sphericalangle A'D'F = 90^0$, se calculează $A'F = \dfrac{12\sqrt{5}}{5} cm = d\left(A', C'N\right)$ **1p**

OBSERVAȚIE: *Pentru orice altă soluție se acordă punctajul corespunzător.*
Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.