INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN VRANCEA

MINISTERUL EDUCAȚIEI

Focșani, Str. Dornei, nr. 5, tel. 0237214141, fax 0237214499

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 11.02.2023
Clasa a IX-a

Subiectul 1.

Fie $x, y, z \in (0, +\infty)$.

a) Să se arate că $\frac{x+y}{z}+\frac{x+z}{y}+\frac{y+z}{x}\geq 6$;

b) Să se arate că $\frac{x}{y+z}+\frac{y}{x+z}+\frac{z}{x+y}\geq \frac{3}{2}$.

Subiectul 2.

Pentru $n\in\mathbb{N}^*$ se consideră $S_n=\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{1}}+\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}+\ldots+\frac{2n}{\sqrt{n^2+n+1}+\sqrt{n^2-n+1}}$.

a) Să se arate că $S_n=\sqrt{n^2+n+1}-1$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$;

b) Să se arate că $[S_n]=n-1$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$;

c) Să se arate că $\{S_n\}\in\left(\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right)$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$, $n\geq 4$.

Subiectul 3.

În triunghiul ABC se cunosc $AB=AC=20$ și $BC=24$. Notăm cu T intersecția medianei CE cu înălțimea BD. Să se exprime în funcție de $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AC}$, următorii vectori:

a) $\overrightarrow{AD}$;

b) $\overrightarrow{AT}$.

Subiectul 4.

Fie triunghiul ascuțitunghic ABC cu ortocentrul H. Notăm cu S și T punctele de intersecție dintre semidreptele $(BH$ respectiv $(CH$ și cercul circumscris triunghiului ABC.

Dacă $\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{AT}=\overrightarrow{AH}$, arătați că ABC este triunghi echilateral.

Supliment Gazeta Matematică 2022

NOTĂ: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.

Propunători:

prof. Noană Cornel – C. N. „Unirea”, Focșani

prof. Mohonea Marius – C. N. „Unirea”, Focșani