

**Varianta 2
Barem**

**Olimpiada națională de matematică
Etapa locală, județul Teleorman, 25 februarie 2023
Clasa a V – a**

Problema 1:

- a) $n = (9^0 + 9^1) + (9^2 + 9^3) + \dots + (9^{2022} + 9^{2023})$
 $n = (1+9) + 9^2 \cdot (1+9) + 9^4 \cdot (1+9) + \dots + 9^{2022} \cdot (1+9)$ 1 punct
 $n = 10 + 9^2 \cdot 10 + 9^4 \cdot 10 + \dots + 9^{2022} \cdot 10$ 1 punct
 $n = 10 \cdot (1 + 9^2 + 9^4 + \dots + 9^{2022}) : 10$ 1 punct
- b) $1 + 9^2 + 9^4 + \dots + 9^{2022} = 1 + \dots 1 + \dots 1 + \dots 1 + \dots 1 = \dots 2$
1012 termeni 1012 termeni 1 punct
- $n = 10 \cdot \dots 2 = \dots 20 \Rightarrow$ cifra zecilor 2 1 punct
- c) $n = \dots 20 : 5$ dar $n : 5^2 \Rightarrow$ "n" nu este pătrat perfect 2 puncte

Problema 2:

- a) $a = 2^{2022} \cdot 2^2 \cdot 5^{2022} \cdot 5 - 1$
 $= 10^{2022} \cdot 20 - 1$ 1 punct
 $= 1999 \dots 9 \Rightarrow$ Primele 2 cifre sunt 1 și 9 2 puncte
- b) $S = 1 + 9 \cdot 2023$ 2 puncte
 $= 1 + 9(2022 + 1)$
 $= 1 + 9(3 \cdot 674 + 1)$
 $= 1 + 27 \cdot 674 + 9$
 $= 27 \cdot 674 + 10$ 1 punct
Deci restul este 10 1 punct

Problema 3:

- a) Arătați că N este pătrat perfect
 $N = 10 \cdot 2^{12n} \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^{12n} \cdot 2^3 = (2^{6n} \cdot 8)^2$ pătrat perfect 3 puncte
- b) Arătați că N este cub perfect
 $N = (2^{4n})^3 \cdot 4^3$ cub perfect 4 puncte

Problema 4:

- $2(1 + 2 + 3 + \dots + n) = 200n$ 2 punct
 $2n(n + 1) : 2 = 200n$ 2 puncte
 $n + 1 = 200$ 2 punct

n=199

1 punct