



**73. Országos Matematika Olimpia**  
**Körzeti szakasz, 2023. február 11.**  
**XII. osztály**

**1. feladat.**

Számítsd ki az  $\int \frac{1}{x^{675} + x^{2023}} dx$  integrált, ahol  $x \in (0, \infty)$ .

**2. feladat.**

Határozd meg az  $a \in \mathbb{R}$  számot úgy, hogy az  $f(x, y) = \frac{a(x+y)}{1+xy}$  egy belső műveletet értelmezzen a  $(-1, 1)$  intervallumon!

**3. feladat.**

Jelölje  $e$  a  $(G, \circ)$  véges csoport semleges elemét. Az  $a, b \in G$  egymástól különböző elemek rendje 2.

a) Igazold, hogy  $(a \circ b) \notin \{e, a, b\}$ .

b) Tudva, hogy  $a \in Z(G)$ , ahol  $Z(G) = \{z \in G \mid z \circ y = y \circ z, \forall y \in G\}$ , igazold, hogy a  $G$  csoport rendje 4-nek többszöröse!

**4. feladat.**

Adott az  $I \subset \mathbb{R}$  intervallum, valamint az  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g : I \rightarrow \mathbb{R}^*$  függvények úgy, hogy  $f$  folytonos és  $g$  primitiváltható az  $I$  intervallumon. Igazold, hogy  $f \cdot g$  is primitiváltható az  $I$  intervallumon!

*Gazeta matematică*

*Minden feladatot részletesen oldj meg, indokold meg válaszaidat!*

*Munkaidő 3 óra.*

*Minden feladatot 0-tól 7-ig pontozunk.*