

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**ETAPA LOCALĂ-VRANCEA****9 februarie 2025****CLASA a VII-a****BAREM DE NOTARE ȘI EVALUARE****SUBIECTUL 1.**

Dacă $\{n\sqrt{n+4} + (n+1)\sqrt{n+11}\} = 0$ atunci $n\sqrt{n+4} + (n+1)\sqrt{n+11} \in \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$

rezultă de aici că $\sqrt{n+4}, \sqrt{n+11} \in \mathbf{Q}$, adică $\sqrt{n+4}, \sqrt{n+11} \in \mathbf{N}$ 3p

$$\text{Atunci } \begin{cases} n+4=t^2 \\ n+11=k^2 \end{cases}, t, k \in \mathbf{N}$$

iar prin scădere avem $k^2 - t^2 = 7 \Leftrightarrow (k-t)(k+t) = 1 \cdot 7$ de unde $k=4, t=3$ 3p

Finalizare $n=5$ 1p

SUBIECTUL 2.

$2 \in M$ și $x \geq -1$, $\sqrt{x+1} = 2 \xRightarrow{(iii)} x = 3 \in M \xRightarrow{(ii)} \sqrt{21} \in M$ 2p

$\sqrt{21} \in M$ și $x \geq -1$, $\sqrt{x+1} = \sqrt{21} \xRightarrow{(iii)} x = 20 \in M$ 1p

$1 \in M$ și $x \geq -1$, $\sqrt{x+1} = 1 \xRightarrow{(iii)} x = 0 \in M \xRightarrow{(ii)} \sqrt{6} \in M$

$\sqrt{6} \in M$ și $x \geq -1$, $\sqrt{x+1} = \sqrt{6} \xRightarrow{(iii)} x = 5 \in M$

$5 \in M$ și $x \geq -1$, $\sqrt{x+1} = 5 \xRightarrow{(iii)} x = 24 \in M$ 2p

$3 \in M$ și $x \geq -1$, $\sqrt{x+1} = 3 \xRightarrow{(iii)} x = 8 \in M \xRightarrow{(ii)} \sqrt{46} \in M$

$\sqrt{46} \in M$ și $x \geq -1$, $\sqrt{x+1} = \sqrt{46} \xRightarrow{(iii)} x = 45 \in M$

$45 \in M$ și $x \geq -1$, $\sqrt{x+1} = 45 \xRightarrow{(iii)} x = 2024 \in M$ 2p

SUBIECTUL 3.

Fie $AC \cap BD = \{O\}$

În triunghiul ABD avem (AO) și (DM) mediane2p

Fie G centrul de greutate al triunghiului ABD ,

$AO \cap DM = \{G\} \Rightarrow G$ este situat pe segmentul (DM) astfel încât $GM = \frac{1}{3}DM$ 2p

Deci $N = G$ și punctele A, N și O sunt coliniare, $O \in AC \Rightarrow A, N$ și C sunt coliniare.....3p

SUBIECTUL 4.

a). Punctul M se află pe semicercul de diametru AD1p

$S_{AMD} = \frac{1}{2} AD \cdot h_{AD}$. Această arie va fi maximă atunci când h_{AD} este maximă, adică

atunci când este egală cu EF . Atunci avem $S_{AMD} = \frac{1}{2} AD \cdot \frac{AD}{2} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$ 2p

b). Măsura unghiului $\angle MAD$ de 15° atunci măsura arcului DM este de 30°1p

Măsura unghiului $\angle DEM$ este de 30° , atunci în triunghiul dreptunghic MJE , aplicând

teorema unghiului de 30° , avem $MJ = \frac{ME}{2}$, dar ME este raza cercului și avem

$ME = \frac{AD}{2}$ deci $MJ = \frac{AD}{4}$ 2p

$S_{AMD} = \frac{1}{2} MJ \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} AD^2 = \frac{1}{8} S_{ABCD}$ 1p

